達人 高中教育の專門家

第 1 次小考

姓名:________

20220213 高二龍哥數學測

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. (　　　)下列選項，哪些是正確的？

(A)若 a、b 均為有理數，則 $a+b$ 亦為有理數

(B)若 a、b 均為無理數，則 $a+b$ 亦為無理數

(C)若 a 為有理數，b 為無理數，則 ab 為無理數

(D)若 a、b 均為無理數，則 ab 亦為無理數

(E)設 a、b 均為有理數，且 a、$b\neq 0$，則 $a+b\sqrt{2}$ 必為無理數

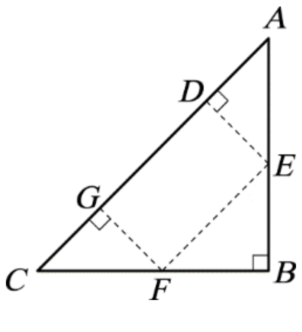
二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1. 若 a 與 b 均為不超過 9 的正整數，則滿足 $0.4\leqq 0.a\overline{b}\leqq 0.5$ 的數對（a，b）共有【　　　　】組

2. 將 $\dfrac{491}{3330}$ 化成小數後，小數點後第 102 位的數字為【　　　　】

3. 一正數 a 的小數部分為 b，且 b 不為 0，若 $a+b^2=12$，試求 $b=$【　　　　】

4. 如圖，有一塊斜邊長為 12 公尺的等腰直角三角形形狀的花圃，今欲在此花圃中挖出一個面積最大的矩形水池，且水池的一邊是在三角形的斜邊上，則此水池的最大面積為【　　　　】平方公尺。（提示：設 $\overline{AD}=a$ 公尺，$\overline{DG}=b$ 公尺）



一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.(A)(E)

二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1.10

2.7

3.$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

4.18

\- << 解析 >> -

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.解析：(A)○：設 $a=\frac{n}{m}$，$b=\frac{q}{p}$（m、n、p、q 均為整數，$mp\neq 0$）

則 $a+b=\frac{n}{m}+\frac{q}{p}=\frac{np+mq}{mp}$ 為有理數

(B)╳：例如：$a=5+\sqrt{3}$，$b=4-\sqrt{3}$　則 $a+b=(5+\sqrt{3})+(4-\sqrt{3})=9$ 為有理數

(C)╳：例如：$a=0$，$b=\sqrt{2}$　則 $ab=0\times\sqrt{2}=0$ 為有理數

(D)╳：例如：$a=\sqrt{2}+1$，$b=\sqrt{2}-1$　則 $ab=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$ 為有理數

(E)○：若 $a+b\sqrt{2}$ 為有理數，則設 $a+b\sqrt{2}=c$ 為有理數

$\Rightarrow \sqrt{2}=\frac{c-a}{b}$ 為有理數（不合），故 $a+b\sqrt{2}$ 必為無理數

故選(A)(E)

二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1.解析：討論如下

① $a=3$，$b=9$ 時　$0.a\bar{b}=0.3\bar{9}=\frac{39-3}{90}=\frac{36}{90}=0.4$

② $a=4$ 時，$b=1$，2，……，9　故共有 $1+9=10$ 組

2.解析：$\frac{491}{3330}=\frac{1473}{9990}=\frac{1474-1}{9990}=0.1\overline{474}$，而（$102-1$）$\div 3=33\cdots\cdots 2$，所求為循環節第二個數字 7

3.解析：$\because 0<b<1$　$\therefore 0<b^2<1\Rightarrow 11<a<12$　即 a 的整數部分為 11

$\therefore a=11+b$ 代入 $a+b^2=12$ 中得 $11+b+b^2=12$　$\Rightarrow b^2+b-1=0\Rightarrow b=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$（負不合）

$\therefore b=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

4.解析：設 $\overline{AD}=a$ 公尺，$\overline{DG}=b$ 公尺　$\because \angle ADE=\angle CGF=90^\circ$

$\therefore\triangle ADE$ 與 $\triangle CGF$ 為等腰直角三角形　則 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{GF}=\overline{GC}=a$

$\overline{AC}=a+b+a=12$，即 $2a+b=12$ 且 $a>0$，$b>0$ 矩形的面積為 ab，

由算幾不等式知 $\frac{2a+b}{2}\geq\sqrt{2a\cdot b}$，即 $6\geq\sqrt{2ab}$，得 $ab\leq 18$

故此水池的最大面積為 18 平方公尺