

一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. () 已知實數 x, y 滿足 $|x-3| \leq 2$ 且 $x+y=6$ ，則下列各式之範圍哪些正確？
 (A) $1 \leq x \leq 5$ (B) $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq 1$ (C) $1 \leq y \leq 5$ (D) $xy \geq 10$ (E) $\frac{1}{5} \leq \frac{x}{y} \leq 5$ 。

二、填充題：每題 20 分，共 40 分

1. 設 m 與 n 都是實數，且滿足 $|mx-3| \leq n$ 之 x 的範圍為 $0 \leq x \leq 3$ ，則 $m+n$ 的值為【 】。
2. 郊區一筆直的路段設有水廠 A 與電廠 B 各一座，其坐標為 $A(-2)$ 、 $B(4)$ ，為了回饋沿路居民，水電的基本費計算方式為：
 「住戶到電廠距離的 3 倍加上該住戶到水廠的距離和為該用戶的水電基本費。」
 今設路段住戶 P 坐標 x ，則該路段基本費不超過 22 元的區域範圍為【 】

三、計算題：每題 20 分，共 40 分

1. 設 $a > 0$ 且 $a^{4x} = \sqrt{29-12\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$ ，試求 $\frac{a^{6x}+a^{-6x}}{a^{2x}+a^{-2x}}$ 之值

解：

2. 某實驗室在一項細菌繁殖實驗中，細菌數每經過一天增加為 a 倍，已知從一開始的 $2\frac{1}{2}$ 天後細菌數為 24300 隻，從一開始的 4 天後細菌數為 656100 隻。試求：

(1) a 的值

(2) 從一開始的 3 天後的細菌數

解：

- 一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分 1.(A)(B)(C)(E)
 二、填充題：每題 20 分，共 40 分 1.5 2. $-3 \leq x \leq 8$
 三、計算題：每題 20 分，共 40 分 1.5 2.(1) 9 ; (2) 72900 隻

----- << 解析 >> -----

一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. **解析**：(A)○：因為 $|x-3| \leq 2$ ，則 $-2 \leq x-3 \leq 2$ ，故 $1 \leq x \leq 5$
 (B)○：由(A)知， $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq 1$
 (C)○：因為 $x+y=6$ ，則 $y=6-x$
 由(A)，故 $1 \leq y \leq 5$
 (D)×：由算幾不等式知 $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ ，即 $3 \geq \sqrt{xy}$ ，得 $xy \leq 9$
 (E)○： $\frac{x}{y} = \frac{6-y}{y} = \frac{6}{y} - 1$ ，又由(C)知 $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} \leq 1$ ，故 $\frac{1}{5} \leq \frac{x}{y} \leq 5$
 故選(A)(B)(C)(E)

二、填充題：每題 20 分，共 40 分

1. **解析**：以 $0 \leq x \leq 3$ 為解的不等式為 $|x - \frac{3}{2}| \leq \frac{3}{2}$ 兩邊同乘 2 得 $|2x-3| \leq 3$
 故 $m+n=2+3=5$
 2. **解析**：設住戶位置為 x ，則 $|x - (-2)| + 3|x-4| \leq 22 \Rightarrow |x+2| + 3|x-4| \leq 22$
 (1) 當 $x \geq 4$ 時， $x+2+3x-12 \leq 22 \Rightarrow x \leq 8 \Rightarrow$ 此範圍的解為 $4 \leq x \leq 8$
 (2) 當 $-2 \leq x < 4$ 時， $x+2+12-3x \leq 22 \Rightarrow x \geq -4 \Rightarrow$ 此範圍的解為 $-2 \leq x < 4$
 (3) 當 $x < -2$ 時， $-2-x+12-3x \leq 22 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow$ 此範圍的解為 $-3 \leq x < -2$
 由(1)、(2)、(3)可知，解集合為 $-3 \leq x \leq 8$

三、計算題：每題 20 分，共 40 分

1. **解析**： $a^{4x} = \sqrt{29-12\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{29-12(1+\sqrt{2})} = \sqrt{17-2\sqrt{72}} = \sqrt{9-8} = 3-2\sqrt{2}$
 $a^{-4x} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}$
 因此 $\frac{a^{6x} + a^{-6x}}{a^{2x} + a^{-2x}} = \frac{(a^{2x} + a^{-2x})(a^{4x} - 1 + a^{-4x})}{a^{2x} + a^{-2x}} = a^{4x} + a^{-4x} - 1 = (3-2\sqrt{2}) + (3+2\sqrt{2}) - 1 = 5$

2. **解析**：(1) 設原有細菌數為 A 則 $\begin{cases} Aa^{\frac{5}{2}} = 24300 \dots\dots\dots \textcircled{1} \\ Aa^4 = 656100 \dots\dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 得 $\frac{Aa^4}{Aa^{\frac{5}{2}}} = \frac{656100}{24300} = 27$ 化簡得 $a^{\frac{3}{2}} = 27$ 故得 $a = 27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 9$

(2) 從一開始的 3 天後的細菌數為 $Aa^3 = \frac{Aa^4}{a} = \frac{656100}{9} = 72900$ (隻)