

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 設 $g(x) = 16x^4 - 8x^3 - 28x^2 + 16x + 5$
 $= a(2x-1)^4 + b(2x-1)^3 + c(2x-1)^2 + d(2x-1) + e$ ，則：
(1) 序組 $(a, b, c, d, e) =$ 【 】
(2) $g(0.499) =$ 【 】 (求近似值到小數第三位，第四位四捨五入)

2. 求 $f(x) = x^{50} - 5x^5 - 1$ 除以 $x^2 - x + 1$ 的餘式為 【 】

3. 多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 及 $x - 1$ 之餘式依次為 $x + 11$ 及 6 ，
則 $f(x)$ 除以 $(x^2 + 2x + 3)(x - 1)$ 之餘式為 【 】

4. 若多項式 $f(x)$ 以 $(2x + 3)^2$ 除之餘式為 $x + 6$ ，以 $(x - 2)^2$ 除之餘式為 $78x - 99$ ，
則以 $(2x + 3)(x - 2)^2$ 除 $f(x)$ 之餘式為 【 】

5. 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(1) = f(2) = 5$ ， $f(0) = 7$ ， $f(-1) = -1$ ，
則 $f(3) =$ 【 】

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. (1) $(1, 3, -4, -5, 6)$; (2) 6.010

2. $6x - 7$

3. $-x^2 - x + 8$

4. $18x^2 + 6x - 27$

5. 19

<< 解析 >>

1. **解析**：(1)

由連續綜合除法可得序組

$$(a, b, c, d, e)$$

$$= (1, 3, -4, -5, 6)$$

$$\begin{array}{r}
 16 \quad -8 \quad -28 \quad +16 \quad +5 \quad \left| \frac{1}{2} \right. \\
 \quad +8 \quad +0 \quad -14 \quad +1 \\
 \hline
 2 \quad 16 \quad +0 \quad -28 \quad +2 \quad , +6 \rightarrow e \\
 \quad 8 \quad +0 \quad -14 \quad +1 \\
 \quad \quad +4 \quad +2 \quad -6 \\
 \hline
 2 \quad 8 \quad +4 \quad -12 \quad , -5 \rightarrow d \\
 \quad 4 \quad +2 \quad -6 \\
 \quad \quad +2 \quad +2 \\
 \hline
 2 \quad 4 \quad +4 \quad , -4 \rightarrow c \\
 \quad 2 \quad +2 \\
 \quad \quad +1 \\
 \hline
 2 \quad 2 \quad , +3 \rightarrow b \\
 \quad 1 \rightarrow a
 \end{array}$$

(2) 由(1)知

$$g(x) = (2x-1)^4 + 3(2x-1)^3 - 4(2x-1)^2 - 5(2x-1) + 6$$

$$= 6 - 5(2x-1) - 4(2x-1)^2 + 3(2x-1)^3 + (2x-1)^4$$

$$\Rightarrow g(0.499) = 6 - 5 \times (-0.002) - 4(-0.002)^2 + \dots \approx 6.009984 \dots \approx 6.010$$

2. **解析**： $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

將 $x^3 = -1$ 代入 $f(x)$ 得 $(-1)^6 x^2 - 5(-1)x^2 - 1 = 6x^2 - 1$

則 $f(x) = (x^3+1)Q(x) + 6x^2 - 1$

$$= (x+1)(x^2-x+1)Q(x) + 6(x^2-x+1) + 6x - 7$$

所求餘式為 $6x - 7$

3. **解析**：令 $f(x) = (x^2+2x+3)(x-1)Q(x) + a(x^2+2x+3) + x + 11$

又 $f(1) = a \times 6 + 12 = 6 \Rightarrow a = -1$

故所求餘式為 $-(x^2+2x+3) + x + 11 = -x^2 - x + 8$

4. **解析**： $f(x)$ 以 $(2x+3)^2$ 除之餘式為 $x+6 \Rightarrow f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2}$ ，

設 $f(x) = (2x+3)(x-2)^2 q(x) + a(x-2)^2 + 78x - 99$

由 $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{49}{4}a + 78 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 99 = \frac{9}{2}$ 得 $a = 18$ ，

故所求餘式為 $18(x-2)^2 + 78x - 99 = 18x^2 + 6x - 27$

5. **解析**：因為 $f(x)$ 為三次式且 $f(1) = f(2) = 5$ ，

所以設 $f(x) = (ax+b)(x-1)(x-2) + 5$

又 $f(0) = 7, f(-1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} b(-1)(-2) + 5 = 7 \\ (-a+b)(-2)(-3) + 5 = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1$

所以 $f(x) = (2x+1)(x-1)(x-2) + 5 \Rightarrow f(3) = 19$