一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. (　　)已知多項式函數 $f(x)=2(x-1)^4-3(x-1)^3-(x-1)^2-2(x-1)+3$，請選出正確的選項。

(A) $f(x)$ 被 $x-1$ 除的餘式為 3

(B) $f(x)$ 被 $(x-1)^2$ 除的餘式為 $-2x+3$

(C) $f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=-2(x-1)+3$

(D) $|f(0.99)-3|<0.02$

(E) $f(1+\sqrt{3})=18-11\sqrt{3}$

二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1. 已知 $y=f(x)=ax^2+bx+(2a+b)$，在 $x=-1$ 時，y 有最小值 6，則數對 $(a,b)=$【　　　　】

2. 設三次函數 $y=f(x)=a(x-4)^3+b(x-4)^2+c(x-4)+d$，當 x 很大時，$y=f(x)$ 的圖形很接近 $y=-2x^3$，在 $x=4$ 附近的圖形近似於直線 $y=-5x-2$，若函數圖形的對稱中心在 $x=3$ 處，則序組 $(a,b,c,d)=$【　　　　】

3. 若二次函數 $y=ax^2+2ax$ 的圖形恆在 $y=2a^2x-4a$ 圖形的下方，則實數 a 之範圍為【　　　　】

4. 設實係數二次不等式 $ax^2+bx+c\geq 0$ 的解為 $x\leq -1$ 或 $x\geq 3$，則不等式 $ax^2-2bx-c<0$ 的解為【　　　　】

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.(A)(C)(D)(E)

二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1. $(2，4)$

2. $(-2，-6，-5，-22)$

3. $-1<a<0$

4. $-3<x<-1$

\- << 解 析 >> -

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.解析：(A)○：$f(x)=(x-1)(2(x-1)^3-3(x-1)^2-(x-1)-2)+3$

故 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 3（或由 $f(1)=3$ 也可得）

(B)╳：$f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $-2(x-1)+3=-2x+5$

(C)○：$f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=-2(x-1)+3$

(D)○：$f(0.99)=2\cdot(-0.01)^4-3\cdot(-0.01)^3-(-0.01)^2-2\cdot(-0.01)+3$

得 $|f(0.99)-3|=|0.02-\underbrace{(0.01)^2+3(0.01)^3+2(0.01)^4}_{\text{為負}}|<0.02$

(E)○：$f(1+\sqrt{3})=2\cdot(\sqrt{3})^4-3\cdot(\sqrt{3})^3-(\sqrt{3})^2-2\cdot\sqrt{3}+3=18-9\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}+3$

$=18-11\sqrt{3}$

故選(A)(C)(D)(E)

二、 填充題：每題 20 分，共 80 分

1.解析：$\because y=f(x)=ax^2+bx+(2a+b)$ 在 $x=-1$ 時，y 有最小值 6

令 $y=a(x+1)^2+6=ax^2+2ax+(a+6)$ 與 $y=ax^2+bx+(2a+b)$

比較係數得 $\begin{cases}2a=b\\a+6=2a+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}$ 故數對 $(a，b)=(2，4)$

2.解析：由廣域特徵知 $a=-2$ 由局部特徵知 $y=c(x-4)+d=-5x-2$

$\Rightarrow cx+(d-4c)=-5x-2$ $\Rightarrow c=-5$ 且 $d-4c=-2$ $\Rightarrow d=-22$

得 $y=-2(x-4)^3+b(x-4)^2-5(x-4)-22=-2x^3+(24+b)x^2+\cdots\cdots$

對稱於 $x=h=-\dfrac{24+b}{3(-2)}=3\Rightarrow b=-6$ 故序組 $(a，b，c，d)=(-2，-6，-5，-22)$

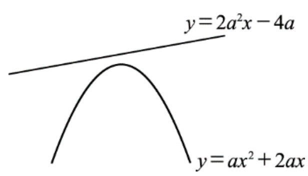
3.解析：由題意知 $a<0$ 且 $ax^2+2ax<2a^2x-4a$ 對任意實數 x 恆成立

$\therefore ax^2+(2a-2a^2)x+4a<0$ 恆成立 又 $a<0$

$\Rightarrow x^2+2(1-a)x+4>0$ 恆成立 $\Rightarrow D=4(1-a)^2-4\times4<0$

$\Rightarrow (1-a)^2-4<0$ $\Rightarrow a^2-2a-3<0\Rightarrow(a-3)(a+1)<0$

$\therefore -1<a<3$，但 $a<0$ 故所求為 $-1<a<0$



4.解析：以 $x\leq-1$ 或 $x\geq3$ 為解的二次不等式為 $(x+1)(x-3)\geq0$

$\because (x+1)(x-3)\geq0$ 的解與 $ax^2+bx+c\geq0$ 的解相同

$\therefore ax^2+bx+c=a(x+1)(x-3)$，且 $a>0$ 比較係數得 $b=-2a$，$c=-3a$

$\Rightarrow ax^2-2bx-c=ax^2+4ax+3a=a(x+3)(x+1)<0$

故不等式 $ax^2-2bx-c<0$ 的解為 $-3<x<-1$