第 9 次小考

姓名:_____

20220717 高三龍哥數學測

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 小明與小真為一對情侶與其他三人一同去看電影，電影院有 10 個相連的位置，
小明與小真一定得相鄰且不與其他人相鄰，其他三人倆倆之間也不相鄰，
則有【　　】種不同的坐法

2. 串串中學桌球校隊是由 3 位高一學生、6 位高二學生及 5 位高三學生所組成。
若教練要從校隊中選 2 名來自不同年級的學生參加雙打比賽，另外選 1 名學生參加單打比賽，則共有【　　】種選法

3. 「排列組合真有趣」七個字全取排成一列，則：
（1）「真有趣」三個完全相鄰，有【　　】種排法
（2）「真」恰與「有」、「趣」之一相鄰有【　　】種排法

4. 有 A、B、C、D、……等 9 人，等分成三組（不區分組別）
則 A 與 B 在同一組且 C 與 D 不在同一組之分法有【　　】種

5. 設 n 為正整數，若 $1+\frac{1}{3}C_1^n+\frac{1}{9}C_2^n+\cdots\cdots+\frac{1}{3^n}C_n^n>100$，則 n 之最小值為【　　】
（已知 $\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$）

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1.720

2.756

3.(１) 720；(２) 2400

4.50

5.17

- << 解 析 >> -

1.解析：

□ □ □ □ □

明真 ① ② ③

明真，①，②，③插入 6 個空隙

$\therefore P_4^6 \times 2! = 720$（種）

2.解析：校隊共有 3＋6＋5＝14 人

所求為（3×6＋6×5＋3×5）×（14－2）＝756（種）

3.解析：(１) 3！×5！＝720（種）

(２)①「真有」、「排」、「列」、「組」、「合」排成一列 ⇒ 2！×5！＝240

②「趣」再插入（但不可在「真」旁邊） ⇒ 240×5＝1200

③「真趣」相鄰的情形與「真有」相同 ⇒ 1200×2＝2400（種）

4.解析：（AB 在同組）－（AB 在同組且 CD 在同組）

$= \dfrac{C_1^7 C_3^6 C_3^3}{2!} - C_1^5\, C_1^4\, C_3^3 = 70 - 20 = 50$（種）

5.解析：由 $1 + \dfrac{1}{3} C_1^n + \dfrac{1}{9} C_2^n + \cdots\cdots + \dfrac{1}{3^n} C_n^n > 100$，得 $\left(\dfrac{4}{3}\right)^n > 100$

兩邊取對數得 $\log\left(\dfrac{4}{3}\right)^n > \log 100$

$\Rightarrow n(\log 4 - \log 3) > 2$

$\Rightarrow n > \dfrac{2}{2\log 2 - \log 3} \approx \dfrac{2}{2 \times 0.3010 - 0.4771} = \dfrac{2}{0.1249} \approx 16.01$

故 n 之最小值為 17