

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

- $f(x) = |x+2| + 2|x-1| + |x-2| + 5|x-4|$ ，
當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， $f(x)$ 有極小值 $\underline{\hspace{2cm}}$

- 設 b 為實數，若 $|x-100| + |x-b|$ 有最小值 4，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$

- 若 $|x-2| + |x+3| = k$ 無解，則 k 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$

- 設 x, y 皆為實數，已知 $|x+1| \leq 3$ 且 $|y-2| \leq 1$ ，
若 $(x-1)^2 + y^2$ 之最小值為 m ，最大值為 M ，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $M = \underline{\hspace{2cm}}$

- 設實數 x, y 滿足 $|x-1| \leq 2$ ， $|2y+1| \leq 5$ ，
求 $3xy - 3x + 2y$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1.4 ; 14

2.96 或 104

3. $k < 5$

4. $m = 1$; $M = 34$

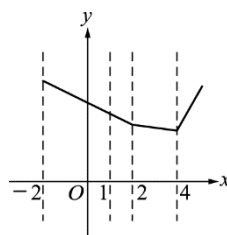
5. -42 ; 13

----- << 解析 >> -----

1. **解析** : -2, 1, 1, 2, 4, 4, 4, 4, 4 之中位數為 4

所以當 $x = 4$ 時,

$f(x)$ 有最小值 $f(4) = 6 + 6 + 2 + 0 = 14$



2. **解析** : $|x-100| + |x-b| = |100-x| + |x-b| \geq |100-x+x-b| = |100-b| = 4$
 $\Rightarrow b = 96$ 或 104

3. **解析** : $|x-2| + |x+3| = k$

k 為數線上任一點到 2 的距離加上到 -3 的距離

且 -3 與 2 的距離為 5

$\therefore k < 5$ 為無解

4. **解析** : $|x+1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x+1 \leq 3 \Rightarrow -5 \leq x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq (x-1)^2 \leq 25$
 $|y-2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y-2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq y \leq 3 \Rightarrow 1 \leq y^2 \leq 9$
 $\Rightarrow 1 \leq (x-1)^2 + y^2 \leq 34 \Rightarrow M = 34, m = 1$

5. **解析** : $|x-1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$

$|2y+1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 2y+1 \leq 5 \Rightarrow -6 \leq 2y \leq 4 \Rightarrow -3 \leq y \leq 2$

又 $3xy - 3x + 2y = 3x(y-1) + 2(y-1) + 2 = (3x+2)(y-1) + 2$

則 $-3 \leq 3x \leq 9 \Rightarrow -1 \leq 3x+2 \leq 11$ 且 $-4 \leq y-1 \leq 1$

$\therefore (-4) \times 11 \leq (3x+2)(y-1) \leq 11 \times 1$

$\Rightarrow -44 \leq (3x+2)(y-1) \leq 11$

$\Rightarrow -44 + 2 \leq (3x+2)(y-1) + 2 \leq 11 + 2$

故 $3xy - 3x + 2y$ 有最小值 -42, 最大值 13