

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $(\sqrt{8})^{-\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{27} + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^{\frac{5}{2}} \times (\sqrt{2-\sqrt{3}})^{\frac{5}{2}} + (3^5 + 2^{\sqrt{2}})^0 =$ 【 】

2. 若 $\sqrt[3]{a^{4.5} \cdot \sqrt{a^{-3}}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{a^{-7}} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} = a^x$ ，則 $x =$ 【 】

3. 設 x, y, z 均為正數，若 $8^x = 7^y = 14^z$ ，則 $\frac{z}{x} + \frac{3z}{y} =$ 【 】

4. x, y, z 為正數， $x^y = 1$ ， $y^z = \frac{1}{2}$ ， $z^x = \frac{1}{3}$ ，則 $xyz =$ 【 】

5. 設 $a > 0$ ，已知 $a^{2x} = \sqrt{5} - 2$ ，求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$ 的值为 【 】

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $\frac{11}{2}$

2. $-\frac{1}{36}$

3.3

4. $\frac{1}{24}$

5. $\frac{-9-\sqrt{5}}{2}$

----- << 解析 >> -----

1. 解析： $(\sqrt{8})^{-\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{27} + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^{\frac{5}{2}} \times (\sqrt{2-\sqrt{3}})^{\frac{5}{2}} + (3^5 + 2^{\sqrt{2}})^0$
 $= (2^{\frac{3}{2}})^{-\frac{2}{3}} + (3^3)^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})})^{\frac{5}{2}} + 1 = \frac{1}{2} + 3 + 1 + 1 = \frac{11}{2}$

2. 解析：左式 = $(a^{\frac{9}{2}} \cdot a^{-\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} [(a^{-7} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{2}} = a^{(\frac{9-3}{2}) \times \frac{1}{3}} \cdot a^{(-7+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}) \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = a \cdot a^{-\frac{37}{36}} = a^{-\frac{1}{36}}$

3. 解析： $8^x = 14^z \Rightarrow 2^{3x} = 14^z \Rightarrow 2 = 14^{\frac{z}{3x}} \dots\dots\dots ①$

$7^y = 14^z \Rightarrow 7 = 14^{\frac{z}{y}} \dots\dots\dots ②$

由①×②得 $14 = 14^{\frac{z}{3x} + \frac{z}{y}} \Rightarrow \frac{z}{3x} + \frac{z}{y} = 1 \Rightarrow \frac{z}{x} + \frac{3z}{y} = 3$

4. 解析： $x^y = 1$ 且 $y \neq 0 \Rightarrow x = 1$ $z^x = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{1}{3}$ $y^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{8}$ 所以 $xyz = \frac{1}{24}$

5. 解析： $a > 0, a^{2x} = \sqrt{5} - 2$
 $a^{4x} = (a^{2x})^2 = (\sqrt{5} - 2)^2 = 9 - 4\sqrt{5}$
 $a^{-2x} = \frac{1}{a^{2x}} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \sqrt{5} + 2$
 $\Rightarrow \frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} = \frac{a^{4x} + a^{-2x}}{a^{2x} - 1} = \frac{(9 - 4\sqrt{5}) + (\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2) - 1}$
 $= \frac{11 - 3\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 3} = \frac{(11 - 3\sqrt{5})(\sqrt{5} + 3)}{(\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3)} = \frac{18 + 2\sqrt{5}}{-4} = \frac{-9 - \sqrt{5}}{2}$