

一、填充題：每題 20 分，共 100 分（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ）

1. (1) 設 $10^x = 23$ ，則 $x =$ 【 】 (2) $10^{\log 23} =$ 【 】
(3) 試求下列對數的值：① $\log 10000 =$ 【 】 ② $\log 0.001 =$ 【 】。

2. 計算 $\log \frac{\sqrt{10}}{100} \times \log 100\sqrt{10} =$ 【 】

3. 已知 $\log a = 5.432$ ：

- (1) 若 $b = 1000a$ ，試求 $\log b =$ 【 】 (2) 若 $c = \frac{1}{100}a$ ，試求 $\log c =$ 【 】

4. 已知 $10^{0.3010} \approx 2$ ，試求 2^{25} 為 【 】 位數

5. 將 $\left(\frac{3}{4}\right)^{100}$ 表示成小數時，小數點後第 【 】 位開始不為 0

6. $3^{25} + 2^{38}$ 為 【 】 位正整數【加分題】

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. (1) $\log 23$; (2) 23 ; (3) ① 4 ; ② -3

2. $-\frac{15}{4}$

3. (1) 8.432 ; (2) 3.432

4.8

5.13

6.13

----- << 解析 >> -----

1. **解析** : (1) $10^x = 23 \Rightarrow x = \log 23$

(2) 由常用對數定義知 $10^{\log 23} = 23$

(3) ① $\log 10000 = \log 10^4 = 4$

② $\log 0.001 = \log 10^{-3} = -3$

2. **解析** : $\log \frac{\sqrt{10}}{100} \times \log 100\sqrt{10} = \log \frac{10^{\frac{1}{2}}}{10^2} \times \log (10^2 \times 10^{\frac{1}{2}}) = \log 10^{-\frac{3}{2}} \times \log 10^{\frac{5}{2}} = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$

3. **解析** : (1) $\because b = 1000a = 10^3 a$

$\therefore \log b = \log a + 3 = 5.432 + 3 = 8.432$

(2) $\because c = \frac{1}{100} a = 10^{-2} a$

$\therefore \log c = \log a - 2 = 5.432 - 2 = 3.432$

4. **解析** : $2^{25} \approx (10^{0.3010})^{25} = 10^{7.525} = 10^{0.525} \times 10^7$

故 2^{25} 為 8 位數

5. **解析** : $\left(\frac{3}{4}\right)^{100} = \left(\frac{10^{\log 3}}{10^{\log 4}}\right)^{100} = 10^{100(\log 3 - \log 4)} \approx 10^{100(0.4771 - 2 \times 0.3010)} = 10^{-12.49} = 10^{0.51} \times 10^{-13}$

\therefore 小數點後第 13 位開始不為 0

6. **解析** : (1) $3^{25} = 10^{25 \log 3} \approx 10^{25 \times 0.4771} = 10^{11.9275} = 10^{0.9275} \times 10^{11}$

且 $10^{0.9030} = 10^{\log 8} = 8 < 10^{0.9275} < 9 = 10^{\log 9} = 10^{0.9542}$

$\therefore 3^{25}$ 為 12 位數，且最高位數字為 8

(2) $2^{38} = 10^{38 \log 2} \approx 10^{38 \times 0.3010} = 10^{11.4380} = 10^{0.4380} \times 10^{11}$

且 $10^{0.3010} = 10^{\log 2} = 2 < 10^{0.4380} < 3 = 10^{\log 3} = 10^{0.4771}$

$\therefore 2^{38}$ 為 12 位數，且最高位數字為 2

由 (1)、(2) 得 $3^{25} + 2^{38}$ 為 13 位數