1-5 數與式小考

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 設 47^{100} 為 168 位數，則 47^{17} 為【　　　　】位數

2. 設 $\log 2=0.3010$，若 $\left(\frac{5}{2}\right)^n>1000$，則 n 的最小正整數為【　　　　】

3. 若溶液中的氫離子濃度為 a mol／L，規定它的 pH 值是 $-\log a$。若溶液 A 的 pH 值為 2.5，溶液 B 的 pH 值為 6.5，則溶液 A 中的氫離子濃度是溶液 B 中氫離子濃度的【　　　　】倍

4. 目前國際上通用芮式規模（M）來描述地震強度。若（E）代表地震所釋放出來的能量（單位爾格），我們根據地震學家古騰堡所提出的公式會有：$\log E=11.8+1.5M$。
前一陣子有一位王老師預測 2011 年 5 月 11 日將發生芮式規模 $M=14$ 的地震，
根據古騰堡公式此地震釋放出來的能量是日本 311 宮城大地震 $M=9$ 釋放出來能量的 10^T 倍，
試求 $T=$【　　　　】。（四捨五入取至小數點後第一位）

5. 天上的星星明亮度不太相同，所以天文學家就以「星等」來區分。
今以某一特定的星光強度 F_0 為基準，對於能發出星光強度為 F 的星體定義為「星等」，
以 $k=-1.7\log_{10}\frac{F}{F_0}$，並稱該星體為「$k$ 等星」。已知月亮為「-1.4 等星」，北極星為
「2 等星」，則月亮的星光強度大約是北極星的【　　　　】倍

6. 某公司研發益生菌，此菌種每 1 日之後會增為 a 倍。若已知 3 日後的細菌數為 32000 個，
6 日後的細菌數為 2048000 個，若適合人體食用的益生菌必須超過 10 億個，
則從一開始培養到適合人體食用必須至少經過【　　　　】天【加分題】

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1.29

2.8

3.10000

4.7.5

5.100

6.11

\- << 解 析 >> -

1.解析：$\because 47^{100}$ 為 168 位數

$\therefore 10^{167} \le 47^{100} < 10^{168} \Rightarrow 10^{167\times\frac{17}{100}} \le 47^{100\times\frac{17}{100}} < 10^{168\times\frac{17}{100}} \Rightarrow 10^{28.39} \le 47^{17} < 10^{28.56}$

$\therefore 47^{17} = 10^{28.\cdots\cdots}$ 首數為 28 $\therefore 47^{17}$ 為 29 位數

2.解析：$\left(\dfrac{5}{2}\right)^n > 1000 \Rightarrow \left(\dfrac{10^{\log 5}}{10^{\log 2}}\right)^n > 10^3 \Rightarrow 10^{n(\log 5-\log 2)} > 10^3 \Rightarrow 10^{n(0.699-0.301)} > 10^3 \Rightarrow 0.398n > 3$

$\Rightarrow n > \dfrac{3}{0.3980} \approx 7.54$ $\therefore n$ 的最小正整數為 8

3.解析：$\because -\log A = 2.5 \Rightarrow \log A = -2.5$ $\quad -\log B = 6.5 \Rightarrow \log B = -6.5$

$\therefore \dfrac{A}{B} = \dfrac{10^{\log A}}{10^{\log B}} = \dfrac{10^{-2.5}}{10^{-6.5}} = 10^4$，即溶液 A 中的氫離子濃度是溶液 B 中的 10000 倍

4.解析：$M=14$ 時，$\log E_1 = 11.8+1.5\times 14$ $\quad M=9$ 時，$\log E_2 = 11.8+1.5\times 9$

$\Rightarrow \dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{10^{\log E_1}}{10^{\log E_2}} = \dfrac{10^{11.8+1.5\times 14}}{10^{11.8+1.5\times 9}} = 10^{1.5\times 5} = 10^{7.5}$ 故 $T=7.5$

5.解析：設月亮的星光強度為 $F_{月}$，北極星的星光強度為 $F_{北}$

$-1.4 = -1.7\log_{10}\dfrac{F_{月}}{F_0} \Rightarrow \log_{10}\dfrac{F_{月}}{F_0} = \dfrac{1.4}{1.7}$ $\qquad 2 = -1.7\log_{10}\dfrac{F_{北}}{F_0} \Rightarrow \log_{10}\dfrac{F_{北}}{F_0} = -\dfrac{2}{1.7}$

$\dfrac{F_{月}}{F_{北}} = \dfrac{\frac{F_{月}}{F_0}}{\frac{F_{北}}{F_0}} = \dfrac{10^{\frac{F_{月}}{F_0}}}{10^{\frac{F_{北}}{F_0}}} = \dfrac{10^{\frac{1.4}{1.7}}}{10^{\frac{-2}{1.7}}} = 10^{\frac{3.4}{1.7}} = 10^2 = 100$ 故月亮的星光強度大約是北極星的 100 倍

6.解析：設一開始的細菌數為 x 個

$\begin{cases} x\cdot a^3 = 32000 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ x\cdot a^6 = 2048000 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$ $\quad \dfrac{②}{①} \Rightarrow \dfrac{x\cdot a^6}{x\cdot a^3} = \dfrac{2048000}{32000} \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a=4$，$x=500$

$500\cdot 4^t > 1000000000 = 10^9 \Rightarrow 5\cdot 4^t > 10^7 \Rightarrow 4^t > 2\times 10^6 \Rightarrow 10^{t\times\log 4} > 10^{\log 2}\times 10^6 = 10^{6+\log 2}$

$\Rightarrow t\times\log 4 > 6+\log 2 \Rightarrow 0.6020t > 6.3010 \Rightarrow t > \dfrac{6.3010}{0.6020} = 10.46\cdots\cdots$

故需經過 11 天後