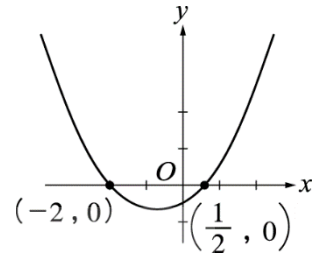


一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. () 若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的點形如圖，則下列各數哪些為負數？

- (A) a
- (B) b
- (C) c
- (D) $b^2 - 4ac$
- (E) $a - b + c$



二、填充題：每題 20 分，共 80 分

1. 設 $f(x)$ 為三次多項式，已知 $f(1) = f(2) = 5$, $f(0) = 7$, $f(-1) = -1$ ，則 $f(3) =$ 【 】

2. 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(2) = f(3) = 0$, $f(1) = 6$, $f(-1) = -12$ ，則 $f(5) =$ 【 】

3. 已知 $\deg f(x) = 3$ ，若 $f(123) = 5$, $f(124) = 6$, $f(125) = 25$, $f(126) = 44$ ，則 $f(122) =$ 【 】

4. $f(x) = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$ ，在 $x=3$ 時有最大值 8，則數對 $(a, b) =$ 【 】

一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.(C)(E)

二、填充題：每題 20 分，共 80 分

1.19

2.66

3.40

4. (-1, 6)

<< 解析 >>

一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. **解析**：(A) \times ：圖形開口向上，故 $a > 0$

(B) \times ：頂點在 y 軸左側，

$$\text{故 } -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 (\because a > 0)$$

(C) \circ ：圖形與 y 軸的交點坐標為 $f(0) = c, c < 0$

(D) \times ：圖形與 y 軸有兩個交點，故判別式 $b^2 - 4ac > 0$

(E) \circ ：圖形與直線 $x = -1$ 的交點坐標為 $(-1, f(-1))$

$$\text{又 } f(-1) = a - b + c, \text{ 由圖形知 } f(-1) < 0$$

故選(C)(E)

二、填充題：每題 20 分，共 80 分

1. **解析**： $\deg(f(x)) = 3$ 且 $f(1) = f(2) = 5$ ，所以設 $f(x) = (ax+b)(x-1)(x-2) + 5$

$$\text{又 } f(0) = 7, f(-1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} b(-1)(-2) + 5 = 7 \\ (-a+b)(-2)(-3) + 5 = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 1$$

$$\text{所以 } f(x) = (2x+1)(x-1)(x-2) + 5 \Rightarrow f(3) = 19$$

2. **解析**： $\deg(f(x)) = 3$ 且 $f(2) = f(3) = 0$ 設 $f(x) = (x-2)(x-3)(ax+b)$

$$\begin{cases} 6 = f(1) = (-1)(-2)(a+b) \\ -12 = f(-1) = (-3)(-4)(-a+b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ -a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x-3)(2x+1) \Rightarrow f(5) = 3 \cdot 2 \cdot 11 = 66$$

3. **解析**：設 $f(x) = a(x-123)(x-124)(x-125) + b(x-123)(x-124) + c(x-124) + 6$

$$f(123) = 5 \Rightarrow -c + 6 = 5 \text{ 得 } c = 1$$

$$f(125) = 25 \Rightarrow 2b + c + 6 = 25 \text{ 得 } b = 9$$

$$f(126) = 44 \Rightarrow 6a + 6b + 2c + 6 = 44 \Rightarrow a + b = 6 \text{ 得 } a = -3$$

$$\Rightarrow f(x) = -3(x-123)(x-124)(x-125) + 9(x-123)(x-124) + (x-124) + 6$$

$$\Rightarrow f(122) = -3(-1)(-2)(-3) + 9(-1)(-2) + (-2) + 6 = 40$$

4. **解析**： $f(x) = a(x-3)^2 + 8 = ax^2 - 6ax + (9a+8)$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -6a \dots\dots\dots ① \\ \frac{1}{a} = 9a + 8 \dots\dots\dots ② \end{cases} \text{ 由 } ② \text{ 知 } 9a^2 + 8a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1, \frac{1}{9} \text{ (不合)}$$

所以 $a = -1, b = 6$ 故數對 $(a, b) = (-1, 6)$