

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1.  $f(x) = (x^2 - 4x + 1)^2 + 10(x^2 - 4x) + 5$ ，求其最小值為【            】
  
2. 將  $y = (x + 1)^2$  的圖形沿直線  $y = 3x$  向右上移動  $\sqrt{10}$  單位後，所得圖形的方程式為【            】
  
3. 若函數  $f(x) = x^2 - 3x - 10$  與  $x$  軸交於  $A$ 、 $B$  兩點，則  $\overline{AB} =$ 【            】
  
4. 已知三次函數  $y = 2x^3 - 12x^2 + 27x - 15 = 2(x - h)^3 + p(x - h) + k$   
(1) 試求序組  $(p, h, k) =$ 【            】  
(2) 試求此三次函數圖形的對稱中心坐標為【            】
  
5. 已知三次函數  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  在  $x = 2$  附近的一次近似為  $5x + 4$ ，其廣域特徵與  $y = 5x^3$  近似，且  $f(1) = 8$ ，試求序組  $(a, b, c, d) =$ 【            】

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. -26

2.  $y=x^2+3$

3. 7

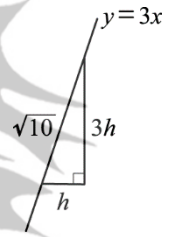
4. (1) (3, 2, 7) ; (2) (2, 7)

5. (5, -26, 49, -20)

----- << 解析 >> -----

1. **解析**：令  $t=x^2-4x=(x-2)^2-4 \Rightarrow t \geq -4$   
 $\Rightarrow f(x) = (t+1)^2+10t+5 = t^2+12t+6 = (t+6)^2-30, t \geq -4$   
 $\Rightarrow$  當  $t=-4$  時有最小值  $(-4+6)^2-30=-26$

2. **解析**：若向右平移  $h$  單位，則向上平移  $3h$  單位  
 由  $h^2+(3h)^2=10 \Rightarrow h=\pm 1$ ，取  $h=1$   
 頂點由  $(-1, 0)$  移至  $(-1+1, 0+3) = (0, 3)$   
 新圖形為  $y=(x-0)^2+3$ ，即  $y=x^2+3$



3. **解析**：令  $x^2-3x-10=0 \Rightarrow (x-5)(x+2)=0 \Rightarrow x=5$  或  $-2$   
 $\therefore A(5, 0), B(-2, 0)$   
 故  $\overline{AB}=7$

4. **解析**：(1)  $h = \frac{-b}{3a} = \frac{-(-12)}{3 \times 2} = 2$

由綜合除法得  $y=2(x-2)^3+3(x-2)+7$   
 故序組  $(p, h, k) = (3, 2, 7)$

(2) 對稱中心坐標  $(h, k) = (2, 7)$

5. **解析**：由廣域特徵知  $a=5$   
 由局部特徵知  $y=f(x) = 5(x-2)^3+t(x-2)^2+5x+4$   
 $\therefore f(1) = 8 \quad \therefore -5+t+5+4=8 \Rightarrow t=4$   
 $\therefore f(x) = 5(x-2)^3+4(x-2)^2+5x+4$   
 $= 5(x^3-3x^2 \cdot 2+3x \cdot 4-8) + 4(x^2-4x+4) + 5x+4$   
 $= 5x^3-26x^2+49x-20$

$\therefore$  序組  $(a, b, c, d) = (5, -26, 49, -20)$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad -12 \quad +27 \quad -15 \quad | \quad 2 \\
 \quad +4 \quad -16 \quad +22 \quad | \\
 \hline
 2 \quad -8 \quad +11 \quad | \quad +7 \\
 \quad +4 \quad -8 \quad | \\
 \hline
 2 \quad -4 \quad | \quad +3 \\
 \quad +4 \quad | \\
 \hline
 2 \quad | \quad 0
 \end{array}$$