

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 三直線 $L_1: 2x - y = 1$, $L_2: x + y = 2$, $L_3: 3x + ky = -2$, 若三直線不能圍出一個三角形, 則 k 的可能值為【 】

2. $A(1, 2)$, $B(-5, 3)$, $C(3, 4)$, 直線 $y = mx - 2$ 與 $\triangle ABC$ 相交, 則 m 範圍為【 】

3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $A(1, 2)$, $B(5, 6)$, 重心 $\left(\frac{5}{3}, \frac{16}{3}\right)$, 則垂心坐標為【 】

4. 若 $A(5, -1)$, $B(1, 7)$, $C(-3, 5)$, 求 $\triangle ABC$ 的外心坐標為【 】

5. a 為實數, $(2+a)x + (1+4a)y + (3-2a) = 0$ 恆過一定點, 求此點之坐標為【 】



一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $-\frac{3}{2}, 3, -5$

2. $m \geq 2, m \leq -1$

3. $(2, 5)$

4. $(1, 2)$

5. $(\frac{1}{3}, \frac{7}{3})$

<< 解析 >>

1. 解析：(1) $L_3 // L_1$ 時， $\frac{3}{2} = \frac{k}{-1} \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$

(2) $L_3 // L_2$ 時， $\frac{3}{1} = \frac{k}{1} \Rightarrow k = 3$

(3) L_3 ：過 L_1, L_2 交點 $(1, 1)$ 時， $3+k=-2 \Rightarrow k=-5$

2. 解析： $y=mx-2$ 恆過 $P(0, -2)$

畫出如圖， \overline{PC} 斜率為 $\frac{4-(-2)}{3-0}=2$ \overline{PB} 斜率為 $\frac{-2-3}{0-(-5)}=-1$

觀察範圍應為 $m \geq 2, m \leq -1$

3. 解析：令 $C(a, b)$

$\triangle ABC$ 重心 $(\frac{5}{3}, \frac{16}{3}) = (\frac{1+5+a}{3}, \frac{2+6+b}{3}) \Rightarrow (a, b) = (-1, 8)$ 設垂心 $H(h, k)$

$\overline{AH} \perp \overline{BC} \Rightarrow \frac{k-2}{h-1} \times \frac{6-8}{5-(-1)} = -1 \Rightarrow k-3h = -1 \dots\dots\dots ①$

$\overline{BH} \perp \overline{AC} \Rightarrow \frac{k-6}{h-5} \times \frac{8-2}{-1-1} = -1 \Rightarrow 3k-h = 13 \dots\dots\dots ②$

②-① $\times 3$ 得 $8h=16 \Rightarrow h=2$ ，代①得 $k=5$ 故垂心坐標為 $(2, 5)$

4. 解析： \overline{BC} 中點 $M(-1, 6)$ ， $m_{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$ 所以 $L_1: y-6 = \frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow 2x+y=4$

\overline{AB} 中點 $N(3, 3)$ ， $m_{\overline{AB}} = -2$ 所以 $L_2: y-3 = \frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow x-2y = -3$

所以 $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-2y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ，故外心坐標為 $(1, 2)$

5. 解析：已知 $a \in R$ ， $(2+a)x + (1+4a)y + (3-2a) = 0$ 恆過一定點

$\Rightarrow (2x+y+3) + a(x+4y-2) = 0$

則 $\begin{cases} 2x+y+3=0 \\ x+4y-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 故恆過一點 $(-2, 1)$

