3-2~3 直線與圓小考

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 聯立不等式 $\begin{cases} |x|+2|y|\leqq 14 \\ |x|+|y|\geqq 4 \end{cases}$ 的解所形成的區域面積為【　　　　】

2. 若 $x^2+y^2+2(m+1)x-2my+3m^2-2=0$ 表一圓（m 為實數），則：
(1) m 值之範圍為【　　　　】【10 分】
(2) 當 $m=$【　　　　】時，半徑為最大值，此時半徑為【　　　　】【各 5 分】

3. 自 $A(-1,-5)$ 作圓 C：$x^2+y^2+8x-2y+8=0$ 的兩條切線，設切點為 P，Q，則△APQ 的外接圓方程式為【　　　　】（寫成 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 的型式）

4. 設 $A(0,3)$，$B(6,0)$，平面上滿足 $\overline{PA}:\overline{PB}=2:1$ 之點 $P(x,y)$ 所形成圖形的方程式為【　　　　】（寫成 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 的型式）

5. 有一圓和兩坐標軸都相切且通過點 $(2,-1)$，求此圓面積為【　　　　】

3-2~3 直線與圓小考

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1.164

2.(１)$-1<m<3$；(２)1；2

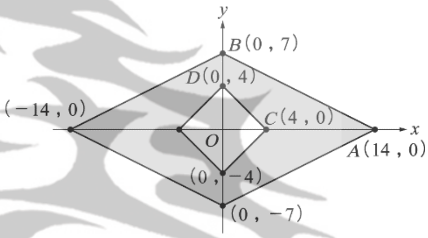
3. $x^2+y^2+5x+4y-1=0$

4. $x^2+y^2-16x+2y+45=0$

5. π 或 25π

\- < < 解 析 > > -

1.解析： 已知 $\begin{cases} |x|+2|y|\leqq 14 \\ |x|+|y|\geqq 4 \end{cases}$ 可得可行解區域如圖所示：



陰影面積$=4$（$\triangle OAB$ 面積$-\triangle OCD$ 面積）

$=4\left(\dfrac{1}{2}\times 14\times 7-\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\right)=4(49-8)=4\times 41=164$

2.解析：$x^2+y^2+2(m+1)x-2my+3m^2-2=0$

$\Rightarrow [x+(m+1)]^2+(y-m)^2+3m^2-2=(m+1)^2+m^2$

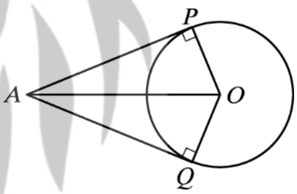
$\Rightarrow [x+(m+1)]^2+(y-m)^2=-m^2+2m+3$……………（$*$）

（１）（$*$）表一圓 $\Rightarrow r^2=-m^2+2m+3>0\Rightarrow m^2-2m-3<0\Rightarrow -1<m<3$

（２）$r^2=-m^2+2m+3=-(m^2-2m)+3=-(m-1)^2+4\leqq 4$

當 $m=1$ 時，r^2 為最大值 4 即當 $m=1$ 時，r 為最大值 2

3.解析： C：$(x+4)^2+(y-1)^2=9\Rightarrow$ 圓心 $O(-4，1)$，半徑 $r=3$



$\because \overline{AP}$，$\overline{AQ}$ 為切線且 P，Q 為切點 $\Rightarrow \overline{PO}\perp\overline{AP}$，$\overline{QO}\perp\overline{AQ}$

$\Rightarrow \triangle APO$ 與 $\triangle AQO$ 為直角△ $\Rightarrow APOQ$ 圓內接四邊形

$\therefore$以 $\overline{OA}$ 為直徑作一圓，則 P，Q 在圓上

$\therefore$此圓為 $\triangle APQ$ 的外接圓，圓方程式為 $(x+1)(x+4)+(y+5)(y-1)=0$

$\Rightarrow x^2+y^2+5x+4y-1=0$

4.解析：$\overline{PA}:\overline{PB}=2:1\Rightarrow \overline{PA}^2=4\overline{PB}^2\Rightarrow x^2+(y-3)^2=4[(x-6)^2+y^2]$

$\Rightarrow 3x^2+3y^2-48x+6y+135=0$ 即 $x^2+y^2-16x+2y+45=0$

（配方得 $(x-8)^2+(y+1)^2=20$ 為一圓方程式）

5.解析： 設圓心 $Q(r，-r)$，$A(2，-1)$ 則 $\overline{AQ}=r$

$\Rightarrow \sqrt{(r-2)^2+(-r+1)^2}=r\Rightarrow r^2-6r+5=0\Rightarrow r=1，5$

面積為 π 或 25π