1-1 數列與級數小考

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 數列$\frac{1}{1}$，$\frac{2}{1}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{1}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{4}{1}$，$\frac{3}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{4}$，……依此規則，求：

   (1) $\frac{7}{10}$是第【　　　　】項

   (2) 第 100 項為【　　　　】

2. 設一等差數列的第 2 項為－8，末項為－38，公差為－2，求此級數的和為【　　　　】

3. 設等差級數 60＋57＋54＋……到第 n 項的和為 600，則 n 之值為【　　　　】

4. 一等差級數的首項為－200，公差為 7，
   則當 n＝【　　　　】時，則前 n 項之和 S_n 為最小，又此最小的和為【　　　　】。

5. 有兩等差級數，其首 n 項和之比為 $(2n+3):(3n+2)$，
   試求兩級數第 11 項的比為【　　　　】

1-1 數列與級數小考

姓名:__________

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1.(1) 130；(2) $\frac{6}{9}$

2.-374

3.16 或 25

4.29；-2958

5.9：13

- << 解 析 >> -

1.解析：將此數列分組：$\left(\frac{1}{1}\right)$，$\left(\frac{2}{1},\frac{1}{2}\right)$，$\left(\frac{3}{1},\frac{2}{2},\frac{1}{3}\right)$，$\left(\frac{4}{1},\frac{3}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{4}\right)$，……

第 k 組共有 k 個數，且其分子分母的和為 $k+1$

(1) $\frac{7}{10}$ 之分子分母的和為 17 $\Rightarrow$ 在第 16 組內的第 10 個

所以 $(1+2+3+\cdots\cdots+15)+10=130$，即該數列第 130 項

(2) 設第 100 項在第 $k+1$ 組內，則 $1+2+\cdots\cdots+k<100\leq 1+2+\cdots\cdots+k+(k+1)$

$\Rightarrow \frac{k(k+1)}{2}<100\leq\frac{(k+1)(k+2)}{2}\Rightarrow k(k+1)<200\leq(k+1)(k+2)$

因為 $13\times14<200\leq14\times15\Rightarrow k=13$（即第 100 項在第 14 組內）

又前 13 組共有 $1+2+\cdots\cdots+13=91$ 個，所以第 100 項為第 14 組內的第 9 項 $\frac{6}{9}$

2.解析：設此等差數列的首項為 a_1，則 $a_2=a_1+(2-1)(-2)=-8 \Rightarrow a_1=-6$

又 $a_n=a_1+(n-1)d \Rightarrow -38=-6+(n-1)(-2)$

$\Rightarrow (n-1)(-2)=-32\Rightarrow n-1=16\Rightarrow n=17$

前 17 項和 $S_{17}=\frac{17\times[(-6)+(-38)]}{2}=\frac{17\times(-44)}{2}=-374$

故等差級數的和為 -374

3.解析：首項 $a_1=60$，公差 $d=57-60=-3$ $\therefore$ 前 n 項和 $S_n=\frac{n[2\times60+(n-1)\times(-3)]}{2}=600$

$\Rightarrow n(-3n+123)=1200\Rightarrow -3n^2+123n-1200=0$

$\Rightarrow n^2-41n+400=0\Rightarrow (n-16)(n-25)=0$ $\therefore n=16$ 或 25

4.解析：$\because$ 公差 $d=7>0$，故欲使 $S_n=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$ 為最小

則 a_1，a_2，……，a_n 均須為負數 $\therefore a_n$ 必為負數

$\therefore a_n=-200+(n-1)\times7<0$ $\Rightarrow n-1<\frac{200}{7}\Rightarrow n<\frac{207}{7}\approx29.6$

$\therefore$ 取 $n=29$，即前 29 項之和為最小

又 $S_{29}=\frac{29\times[2\times(-200)+(29-1)\times7]}{2}=\frac{29\times(-204)}{2}=-2958$

5.解析：$S_{21}=\frac{21(2a_1+20d)}{2}=21(a_1+10d)=21a_{11}$

$\Rightarrow a_{11}:b_{11}=21a_1:21b_1=S_{21}:S'_{21}=(2\times21+3):(3\times21+2)=45:65=9:13$