

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 一等比數列第一、二、三項和 26，第一、三、五項和 182，若此數列之公比為負數，則此數列之首項為【 】
2. 有三正數成等差數列且和為 30，若依序加上 1，2，19 之後變成等比數列，則此三正數為【 】
3. 已知三正數成等比，公比大於 1，其和為 38，且將中間項加上 1 後，可成等差數列，此三數為【 】
4. 設一等比數列的首項為 9，末項為 2187，和為 3276，則項數為【 】
5. 一等比級數，前 n 項之和為 72，前 $2n$ 項之和為 108，則前 $4n$ 項之和為【 】



一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $\frac{26}{3}$

2.3, 10, 17

3.8, 12, 18

4.6

5.135

<< 解析 >>

1. 解析：
$$\begin{cases} a+ar+ar^2=26 \\ a+ar^2+ar^4=182 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(1+r+r^2)=26 \dots\dots\dots ① \\ a(1+r^2+r^4)=182 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

由 $\frac{②}{①}$ 得 $\frac{1+r^2+r^4}{1+r+r^2} = \frac{182}{26} \Rightarrow 1-r+r^2=7$

$r=3, -2$ ，因 $r < 0$ ，所以 $r = -2$ ，代入 ① 得 $a(1-2+4) = 26$ ，故 $a = \frac{26}{3}$

2. 解析：令三正數為 $a-d, a, a+d$

則
$$\begin{cases} a-d+a+a+d=30 \dots\dots\dots ① \\ (a-d+1)(a+d+19) = (a+2)^2 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

由 ① 得 $a=10$ 代入 ② $\Rightarrow (11-d)(29+d) = 12^2 \Rightarrow d^2+18d-175=0 \Rightarrow (d+25)(d-7) = 0$
 $\Rightarrow d = -25$ 或 7 (-25 不合 \because 正數)

\therefore 三正數為 $3, 10, 17$

3. 解析：設三數為 x, y, z ，因 $x, y+1, z$ 成等差

可令 $x=a-d, y+1=a, z=a+d$

由 $x+y+z=a-d+a-1+a+d=38 \Rightarrow a=13$

又 $xz=y^2 \Rightarrow (a-d)(a+d) = 12^2 \Rightarrow d = \pm 5$

$\therefore x, y, z$ 公比大於 1

$\therefore d=5$ ，此三數 $(x, y, z) = (13-5, 12, 13+5) = (8, 12, 18)$

4. 解析： $a_1=9, a_n=a_1r^{n-1}=2187, S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1-a_1r^n}{1-r} = \frac{9-2187r}{1-r} = 3276$

$\Rightarrow 9-2187r=3276-3276r \Rightarrow 1089r=3267 \Rightarrow r=3$

$9 \times 3^{n-1} = 2187 \Rightarrow 3^{n-1} = 243 = 3^5 \Rightarrow n=6$

5. 解析： $\langle a_n \rangle$ 成等比數列 $\Rightarrow S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, S_{4n}-S_{3n}$ 亦成等比數列

$\Rightarrow 72, 36, S_{3n}-108, S_{4n}-S_{3n}$ 成等比數列

$\Rightarrow S_{3n}-108=18$ 得 $S_{3n}=126$

$\Rightarrow S_{4n}-126=9$ 得 $S_{4n}=135$