達人 高中教育の專門家

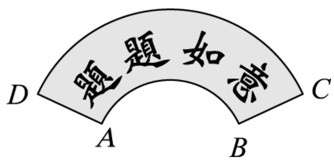
1-1 三角函數小考

姓名:________

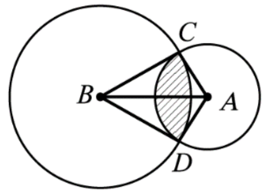
20220716 高二龍哥數 A

一、 填充題：每題 15 分，共 105 分

1. 如圖中，AB 和 CD 分別是兩個同心圓上等圓心角的弧，
若 $AB=40$ 公分，$CD=100$ 公分，$\overline{AD}=\overline{BC}=30$ 公分，
則陰影區域為【　　　　】平方公分

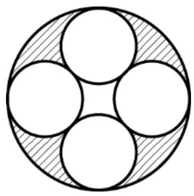


2. 如圖，A，B 為兩圓的圓心，若圓 A 的半徑為 1 公分，
$\angle CAD=120^\circ$，$\angle CBD=60^\circ$，則斜線區域的面積為【　　　　】

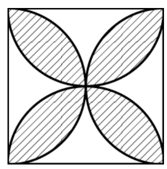


3. 有大小兩圓輪，半徑分別為 5 公尺與 20 公尺，兩輪中心距離為 30 公尺，
有一皮帶繞此兩輪，使兩輪同方向旋轉，則皮帶之長度為【　　　　】公尺

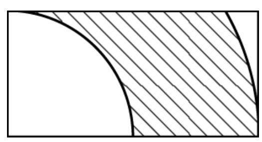
4. 如圖，半徑為 2 的大圓內，內切四個全等的小圓，
則斜線部分的面積為【　　　　】



5. 如圖，正方形的邊長為 2，則斜線部分面積為【　　　　】



6. 如圖，長方形的長為 2，寬為 1，以一頂點為圓心，以 1，2 為半徑作圓弧，
則所圍之斜線區域的面積為【　　　　】



7. 有一扇形，周長為 $6+\pi$，面積為 $\dfrac{3\pi}{2}$，若此扇形的中心角為 θ，半徑 r，
則數對 $(r，\theta)=$【　　　　】

達人 高中教育の專門家

1-1 三角函數小考

姓名:____________

20220716 高二龍哥數 A

一、 填充題：每題 15 分，共 105 分

1.2100

2.$\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$

3.$30\pi+30\sqrt{3}$

4.$(32\sqrt{2}-48)+(24\sqrt{2}-32)\pi$

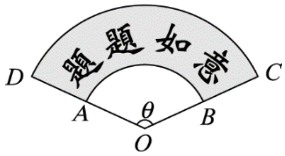
5.$2\pi-4$

6. $\dfrac{6\sqrt{3}+\pi}{12}$

7.$\left(3,\dfrac{\pi}{3}\right)$或$\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{12}{\pi}\right)$

\- << 解 析 >> -

1.解析：延長$\overline{AD}$與$\overline{BC}$相交於 O 點，設$\overline{OA}=r$ 公分



則 $AB=r\theta=40$，且 $CD=(r+30)\theta=100$

解得$\theta=2$，$r=20$

故所求區域面積為$\dfrac{1}{2}\times50^2\times2-\dfrac{1}{2}\times20^2\times2=2100$（平方公分）

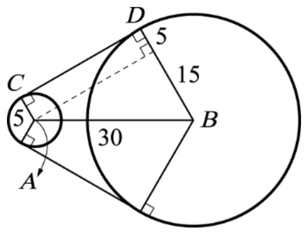
2.解析：因為$\triangle ABC$，$\triangle ABD$ 均為 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$的直角三角形

所以$\angle CBD=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle CAD=\dfrac{2\pi}{3}$，又$\overline{AC}=1$，所以$\overline{BC}=\sqrt{3}$

則斜線區域面積為扇形 ACD 面積＋扇形 BCD 面積－四邊形 $ABCD$ 面積

$=\dfrac{1}{2}\times1^2\times\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{3})^2\times\dfrac{\pi}{3}-1\times\sqrt{3}=\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$

3.解析：如圖，外公切線$\overline{CD}=\sqrt{30^2-15^2}=15\sqrt{3}$

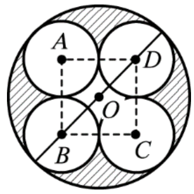


$\Rightarrow\angle ABD=60^\circ=\dfrac{\pi}{3}$，大圓優弧長 $20\times\dfrac{4\pi}{3}=\dfrac{80\pi}{3}$

小圓劣弧長 $5\times\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{10\pi}{3}$

皮帶長為$\dfrac{80\pi}{3}+\dfrac{10\pi}{3}+15\sqrt{3}\times2=30\pi+30\sqrt{3}$（公尺）

4.解析：設小圓半徑為 r，$\overline{OD}=\sqrt{2}r$，直徑$=(2\sqrt{2}+2)r=4\Rightarrow r=2\sqrt{2}-2$



①正方形 $ABCD=(2r)^2=4r^2=4(12-8\sqrt{2})$

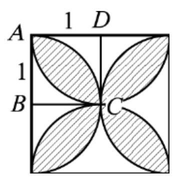
② 4 個四分之三小圓為 3 個小圓$=3\times\pi r^2=3\pi r^2$

③斜線部分面積為大圓－□$ABCD$－4 個四分之三小圓為 $4\pi-4r^2-3\pi r^2$

$=4\pi-4(12-8\sqrt{2})-3\pi(12-8\sqrt{2})$

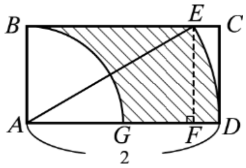
$=(32\sqrt{2}-48)+(24\sqrt{2}-32)\pi$

5.解析：斜線部分面積為 4×斜線 AC 區域面積



$=4\times$（$2\times$扇形 DAC 面積－□ $ABCD$ 面積）$=4\times\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)=2\pi-4$

6. 解析：$\triangle AEF$ 中，$\overline{AE}=2$，$\overline{EF}=1$，得 $\angle EAF=\dfrac{\pi}{6}$ 且 $\overline{BE}=\sqrt{3}$



斜線區域的面積為扇形 $ADE+\triangle ABE-\dfrac{1}{4}$ 圓

$$=\frac{1}{2}\times 2^2\times\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}-\frac{1}{4}\times\pi=\frac{6\sqrt{3}+\pi}{12}$$

7. 解析：面積 $\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow\theta=\dfrac{3\pi}{r^2}$

周長 $2r+r\theta=6+\pi$，將 $\theta=\dfrac{3\pi}{r^2}$ 代入

$\Rightarrow 2r+\dfrac{3\pi}{r}=6+\pi$

$\Rightarrow 2r^2-(6+\pi)r+3\pi=0$

$\Rightarrow (r-3)(2r-\pi)=0$

解得 $r=3$ 或 $\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow\theta=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{12}{\pi}$

故數對 $(r,\theta)=\left(3,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 或 $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{12}{\pi}\right)$