

一、多重選擇題：每題 15 分，共 45 分

1. () 關於函數 $y=3 \sin \left(2x-\frac{\pi}{4} \right)-1$ 的敘述，下列選項哪些正確？

- (A) 週期為 2π (B) 振幅為 3 (C) 圖形為以 $y=3 \sin 2x-1$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 而得
(D) 最大值為 2 (E) 最小值為 -1

2. () 下列哪些選項是正確的？

(A) 函數 $y=\sin 2x$ 的週期是 4π (B) 函數 $y=2 \sin \left(x-\frac{\pi}{3} \right)$ 的週期是 2π

(C) 兩函數 $y=\sin x+1$ 與 $y=\frac{1}{2} \sin x$ 的週期相同

(D) 函數 $y=1+2 \sin 2x$ 的最大值為 3，最小值為 -1

(E) 將函數 $y=\sin x$ 的圖形向左移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，會與 $y=\sin \left(x-\frac{\pi}{3} \right)$ 的函數圖形重合

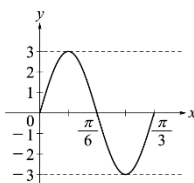
3. () 如圖是 $\Gamma: y=a \sin bx$ 的部分圖形，其中 $a>0, b>0$ ，則下列何者正確？

(A) $a=3$ (B) $b=3$

(C) Γ 的圖形可經由 $y=\sin x$ 的圖形先垂直拉伸為 3 倍，再水平壓縮為 $\frac{1}{6}$ 倍而得

(D) Γ 的圖形可經由 $y=\sin x$ 的圖形先垂直拉伸為 3 倍，再水平壓縮為 $\frac{1}{3}$ 倍而得

(E) Γ 的圖形可經由 $y=\sin x$ 的圖形先水平壓縮為 $\frac{1}{6}$ 倍，再垂直拉伸為 3 倍而得



二、填充題：每題 20 分，共 60 分

1. 將函數 $y=\cos x$ 的圖形先沿垂直方向伸長為 2 倍，水平方向壓縮為 $\frac{1}{3}$ 倍，

再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，向上平移 4 單位可得 $y=a \cos (bx+c)+d$ 的圖形，且 $0<c<2\pi$ ，

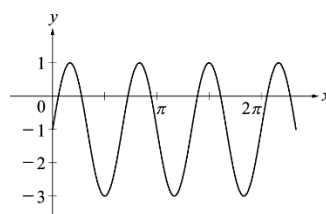
則序組 $(a, b, c, d) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

2. 若函數 $y=\sin x$ 的圖形 $\xrightarrow[\text{拉伸 3 倍}]{\text{鉛直方向}}$ $y=f_1(x)$ $\xrightarrow[\text{壓縮 } \frac{1}{2} \text{ 倍}]{\text{水平方向}}$ $y=f_2(x)$

$\xrightarrow[\text{向上平移 1 單位}]{\text{向左平移 } \frac{\pi}{6} \text{ 單位}}$ $y=f_3(x)$ ，則函數 $f_3(x) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

3. 如圖為函數 $y=a \sin (bx)+c$ 的部分圖形，其中 $a>0, b>0$ ，

則序組 $(a, b, c) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$



一、多重選擇題：每題 15 分，共 45 分

- 1.(B)(D)
- 2.(B)(C)(D)
- 3.(A)(C)(E)

二、填充題：每題 20 分，共 60 分

1. (2, 3, π , 4)
2. $3 \sin 2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 1$
3. (2, 3, -1)

----- << 解析 >> -----

一、多重選擇題：每題 15 分，共 45 分

1. **解析** : $y = 3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 = 3 \sin 2 \left(x - \frac{\pi}{8} \right) - 1$

(A) \times : 週期為 $\frac{2\pi}{2} = \pi$

(B) \circ

(C) \times : 應由 $y = 3 \sin 2x - 1$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 而得

(D) \circ : $\because -1 \leq \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \leq 1 \quad \therefore -4 \leq 3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - 1 \leq 2 \quad \text{即 } -4 \leq y \leq 2 \quad \therefore \text{最大值為 } 2$

(E) \times : 最小值為 -4

故選(B)(D)

2. **解析** : (A) \times : $y = \sin x$ 的週期為 $2\pi \Rightarrow y = \sin 2x$ 的週期是 $\frac{2\pi}{2} = \pi$

(B) \circ : $y = \sin x$ 的週期為 $2\pi \Rightarrow y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ 的週期仍是 2π

(C) \circ : $\because x$ 的係數相同 \therefore 兩函數 $y = \sin x + 1$ 與 $y = \frac{1}{2} \sin x$ 的週期相同，都是 2π

(D) \circ : $\because -1 \leq \sin 2x \leq 1 \quad \therefore -1 \leq 1 + 2 \sin 2x \leq 3$

(E) \times : 函數 $y = \sin x$ 的圖形向左移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，應與 $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ 的函數圖形重合

故選(B)(C)(D)

3. **解析** : (A) \circ : 振幅為 $y = \sin x$ 的 3 倍 $\therefore a = 3$

(B) \times : x 的係數為 $b \Rightarrow$ 週期為 $\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \quad \therefore b = 6$

(C) \circ : $y = \sin x \xrightarrow{\text{垂直拉伸為 } 3 \text{ 倍}} y = 3 \sin x \xrightarrow{\text{水平壓縮為 } \frac{1}{6} \text{ 倍}} y = 3 \sin 6x$

(D) \times : $\because b = 6 \quad \therefore$ 不真

(E) \circ : $y = \sin x \xrightarrow{\text{水平壓縮為 } \frac{1}{6} \text{ 倍}} y = \sin 6x \xrightarrow{\text{垂直拉伸為 } 3 \text{ 倍}} y = 3 \sin 6x$

故選(A)(C)(E)

二、填充題：每題 20 分，共 60 分

1. 解析： $y = \cos x$ $\xrightarrow{\text{垂直方向伸長為 2 倍}}$ $y = 2 \cos x$ $\xrightarrow{\text{水平方向壓縮為 } \frac{1}{3} \text{ 倍}}$ $y = 2 \cos 3x$

$\xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{3} \text{ 單位}}$ $y = 2 \cos 3 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ $\xrightarrow{\text{向上平移 4 單位}}$ $y = 2 \cos 3 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 4$

由 $y = 2 \cos 3 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 4 = 2 \cos (3x + \pi) + 4 = a \cos (bx + c) + d$

$\therefore a = 2, b = 3, c = \pi, d = 4$

故序組 $(a, b, c, d) = (2, 3, \pi, 4)$

2. 解析：依序為 $y = \sin x$ $\xrightarrow[\text{拉伸 3 倍}]{\text{鉛直方向}}$ $y = f_1(x) = 3 \sin x$

$\xrightarrow[\text{壓縮 } \frac{1}{2} \text{ 倍}]{\text{水平方向}}$ $y = f_2(x) = 3 \sin 2x$ $\xrightarrow[\text{向上平移 1 單位}]{\text{向左平移 } \frac{\pi}{6} \text{ 單位}}$ $y = f_3(x) = 3 \sin 2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 1$

3. 解析：(1) 振幅 $a = \frac{1 - (-3)}{2} = 2$

(2) 週期為 $\frac{2\pi}{b} = \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) \div \frac{3}{2} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = 3$

(3) 中心線由 $y = 0$ 下移至 $y = -1 \Rightarrow c = -1$

故序組 $(a, b, c) = (2, 3, -1)$