

一、多重選擇題：每題 15 分，共 30 分

1. () 下列函數的週期為 π 的有哪些？

- (A) $y = |\cos x|$ (B) $y = |\sin(2x+1)|$ (C) $y = \tan x$
(D) $y = |\tan x|$ (E) $y = |\sin x| + |\cos x|$

2. () 遊樂區中有一圓形摩天輪，中心軸高 22 公尺，直徑 40 公尺，逆時針方向運轉一圈需時 15 分鐘。當摩天輪開始運轉時，阿美恰坐在離地最近的位置上， x 分鐘後，阿美離地的高度可表為 $y = a \sin(bx+c) + d$ ， $a > 0$ 且 $b > 0$ 。試問下列選項有哪些是正確的？

- (A) $a = 20$ (B) $a = 40$ (C) $b = \frac{2\pi}{15}$ (D) $c = 0$ (E) $d = 2$

二、填充題：每題 14 分，共 70 分

1. 方程式 $12 \sin|x| - x = 0$ 有【 】個實根

2. 方程式 $\frac{x}{3} = \cos \pi x$ 有【 】個實根

3. 方程式 $\sin x + |\sin x| = \frac{x}{5}$ 的實數解個數有【 】個

4. 函數 $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ ， $x \in R$ 的週期為【 】

5. 海水受到月球引力的影響會發生漲落的潮汐現象，下表是某港口在一天內海水漲落的記錄表：經過長期的觀測得知，水深 y 與時間 t 可以用函數 $y = a \sin bt + c$ 來描述，根據上述資料，求出正數 a, b, c 的值，則序組 $(a, b, c) =$ 【 】

時間 t (小時)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
水深 y (公尺)	10	13	10	7	10	13	10	7	10

一、 多重選擇題：每題 15 分，共 30 分

1.(A)(B)(C)(D)

2.(A)(C)

二、 填充題：每題 14 分，共 70 分

1.8

2.7

3.4

4. π

5. $\left(3, \frac{\pi}{6}, 10\right)$

<< 解析 >>

一、 多重選擇題：每題 15 分，共 30 分

1. **解析**：(A)○： $|\cos(x+\pi)| = |-\cos x| = |\cos x| \quad \therefore$ 週期為 π

(B)○： $\sin(2(x+\pi)+1) = \sin((2x+1)+2\pi) = \sin(2x+1) \quad \therefore$ 週期為 π

(C)○： $\tan(x+\pi) = \tan x \quad \therefore$ 週期為 π

(D)○： $|\tan(x+\pi)| = |\tan x| \quad \therefore$ 週期為 π

(E)×： $\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right| + \left|\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right| = |\cos x| + |-\sin x| = |\sin x| + |\cos x|$

週期為 $\frac{\pi}{2}$

故選(A)(B)(C)(D)

2. **解析**：阿美離地面的高度可表示成 $y = a \sin(bx+c) + d$

此函數的最大值為 $a+d$ ，最小值為 $-a+d$

由題意可知 $\begin{cases} a+d=42 \dots\dots\dots ① \\ -a+d=2 \dots\dots\dots ② \end{cases}$ (\therefore 摩天輪的半徑為 20 公尺)

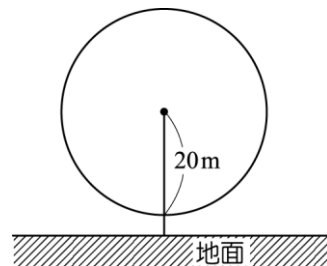
①與②可解得 $a=20, d=22$

又此函數的週期為 15 (分鐘) $\therefore \frac{2\pi}{|b|} = 15$ ，而 $b > 0$ 可得 $b = \frac{2\pi}{15}$

當 $x=0$ 時， $y=2 \quad \therefore 2 = 20 \times \sin\left(\frac{2\pi}{15} \times 0 + c\right) + 22 \Rightarrow \sin c = -1$

故 $c = \frac{3\pi}{2}$ (或 $\frac{3\pi}{2}$ 的同界角)

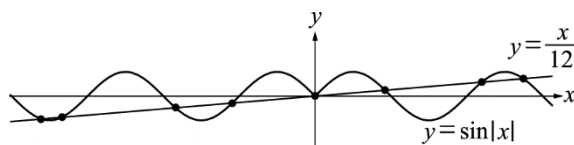
故選(A)(C)



二、 填充題：每題 14 分，共 70 分

1. **解析**： $12 \sin|x| - x = 0 \Rightarrow \sin|x| = \frac{x}{12} \quad \therefore$ 所求為 $y = \sin|x|$ 與 $y = \frac{x}{12}$ 的交點個數

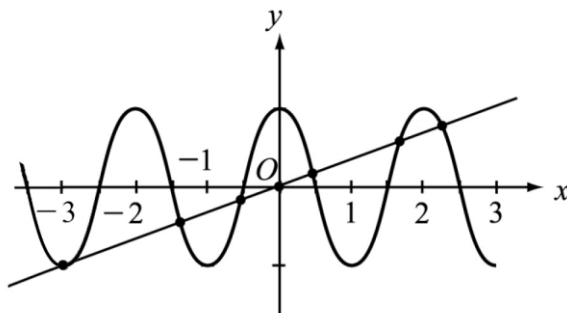
由圖可知有 8 個交點
故方程式有 8 個實根



2. **解析**: 方程式 $\frac{x}{3} = \cos \pi x$ 的實根個數

同兩圖形 $\begin{cases} y = \cos \pi x \\ y = \frac{x}{3} \end{cases}$ 的交點個數

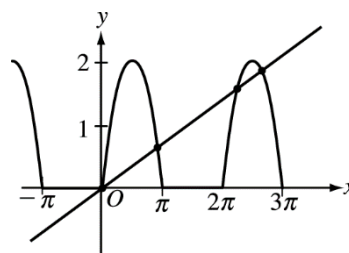
由圖可知兩圖形有 7 個交點
(注意: 在 $x = -3$ 附近有兩個交點)
故原方程式有 7 個實根



3. **解析**: 方程式 $\sin x + |\sin x| = \frac{x}{5}$ 的實數解個數

同兩圖形 $\begin{cases} y = \sin x + |\sin x| \\ y = \frac{x}{5} \end{cases}$ 的交點個數

由圖可知兩圖形有四個交點
故原方程式有 4 個實根



4. **解析**: $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x} = |\sin x|$ 的週期為 π

5. **解析**: 設 $y = f(t) = a \sin bt + c$, 觀察記錄表可知 $f(t+12) = f(t)$

$$\therefore \text{週期為 } 12 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{將 } (3, 13), (9, 7) \text{ 代入可得 } \begin{cases} a \sin \frac{3\pi}{6} + c = 13 \Rightarrow a + c = 13 \dots\dots\dots ① \\ a \sin \frac{9\pi}{6} + c = 7 \Rightarrow -a + c = 7 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

由①、②可得 $a = 3, c = 10$

$$\text{故序組 } (a, b, c) = \left(3, \frac{\pi}{6}, 10 \right)$$