1-3 三角函數小考

姓名:____________

20220813 高二龍哥數 A

一、 多重選擇題：每題 15 分，共 15 分

1. (　　)設 $\sin 39^\circ = a$，$\cos 21^\circ = b$，則

(A) $a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}=\frac{1}{2}$　(B) $a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}=-\frac{1}{2}$

(C) $ab-\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $ab+\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(E) $a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}=\frac{1}{2}$

二、 填充題：每題 17 分，共 85 分

1. 試求 $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ =$【　　　】

2. 若 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$，$90^\circ < \beta < 180^\circ$ 且滿足 $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\sin\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$，求 $\alpha+\beta =$【　　　】

3. 求 $\tan 58^\circ \tan 13^\circ - \tan 58^\circ + \tan 13^\circ =$【　　　】

4. 設 α，β，γ，δ 為銳角，$\tan\alpha = \frac{1}{8}$，$\tan\beta = \frac{1}{7}$，$\tan\gamma = \frac{1}{5}$，$\tan\delta = \frac{1}{3}$，則 $\alpha+\beta+\gamma+\delta =$【　　　】

5. 銳角 $\triangle ABC$ 中，$\sin A = \frac{13}{14}$，$\sin B = \frac{11}{14}$，則 $\sin C =$【　　　】

一、 多重選擇題：每題 15 分，共 15 分

1.(B)(D)

二、 填充題：每題 17 分，共 85 分

1.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.225°

3.-1

4.45°

5.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

\- << 解 析 >> -

一、 多重選擇題：每題 15 分，共 15 分

1.解析：(A)╳：$a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}=\sin 39^\circ\sin 21^\circ-\cos 21^\circ\cos 39^\circ$

$=-(\cos 21^\circ\cos 39^\circ-\sin 39^\circ\sin 21^\circ)=-\cos(21^\circ+39^\circ)=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$

(B)○：同(A)

(C)╳：$ab-\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}=\sin 39^\circ\cos 21^\circ-\cos 39^\circ\sin 21^\circ=\sin(39^\circ-21^\circ)=\sin 18^\circ\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D)○：$ab+\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}=\sin 39^\circ\cos 21^\circ+\cos 39^\circ\sin 21^\circ=\sin(39^\circ+21^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(E)╳：$a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}=\sin 39^\circ\sin 21^\circ+\cos 21^\circ\cos 39^\circ=\cos(39^\circ-21^\circ)=\cos 18^\circ\neq\frac{1}{2}$

故選(B)(D)

二、 填充題：每題 17 分，共 85 分

1.解析：$\sin 23^\circ\cos 112^\circ-\sin 292^\circ\sin 67^\circ=\sin 23^\circ\cos(90^\circ+22^\circ)-\sin(90^\circ\times 3+22^\circ)\cos 23^\circ$

$=\sin 23^\circ(-\sin 22^\circ)-(-\cos 22^\circ)\cos 23^\circ=\cos 23^\circ\cos 22^\circ-\sin 23^\circ\sin 22^\circ$

$=\cos(23^\circ+22^\circ)=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.解析：$90^\circ<\alpha<180^\circ$ 且 $\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}\Rightarrow\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{10}}$

$90^\circ<\beta<180^\circ$，且 $\sin\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}\Rightarrow\cos\beta=-\frac{1}{\sqrt{5}}$

因此 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)-\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

又 $180^\circ<\alpha+\beta<360^\circ$，故 $\alpha+\beta=180^\circ+45^\circ=225^\circ$

3.解析：$1=\tan 45^\circ=\tan(58^\circ-13^\circ)=\frac{\tan 58^\circ-\tan 13^\circ}{1+\tan 58^\circ\tan 13^\circ}$

$\Rightarrow 1+\tan 58^\circ\tan 13^\circ=\tan 58^\circ-\tan 13^\circ\quad\Rightarrow\tan 58^\circ\tan 13^\circ-\tan 58^\circ+\tan 13^\circ=-1$

4.解析：(1) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\frac{1}{8}+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{8}\times\frac{1}{7}}=\dfrac{3}{11}$

(2) $\tan(\gamma+\delta)=\dfrac{\tan\gamma+\tan\delta}{1-\tan\gamma\tan\delta}=\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}}=\dfrac{4}{7}$

(3) $\tan(\alpha+\beta+\gamma+\delta)=\dfrac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\gamma+\delta)}{1-\tan(\alpha+\beta)\tan(\gamma+\delta)}=\dfrac{\frac{3}{11}+\frac{4}{7}}{1-\frac{3}{11}\times\frac{4}{7}}=1$

(4)又由 $\tan\alpha=\frac{1}{8}$，$\tan\beta=\frac{1}{7}$，$\tan\gamma=\frac{1}{5}$，$\tan\delta=\frac{1}{3}$ 知 α，β，γ，δ 均為小於 45° 的銳角

所以 $0^\circ<\alpha+\beta+\gamma+\delta<180^\circ$，故 $\alpha+\beta+\gamma+\delta=45^\circ$

5.解析：$\angle C=180^\circ-(\angle A+\angle B)$

$\Rightarrow \sin C=\sin(180^\circ-(A+B))=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$=\dfrac{13}{14}\cdot\dfrac{\sqrt{75}}{14}+\dfrac{\sqrt{27}}{14}\cdot\dfrac{11}{14}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$