達人 高中教育の專門家

1-3 三角函數小考

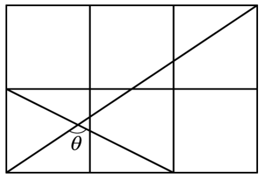
姓名:＿＿＿＿＿＿

20220820 高二龍哥數 A

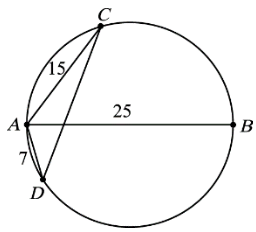
一、 填充題：每題 15 分，共 105 分

1. 設在△ABC 中，$\overline{BC}=22\sqrt{5}$，$\cos B=\dfrac{3}{5}$，$\cos C=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，則△$ABC$ 之面積為【　　　　】

2. 將六個大小相同的正方形排成如圖所示，試求 $\tan\theta=$【　　　　】



3. 如圖，以 $\overline{AB}$ 為直徑畫圓，圓周上取兩點 C、D 在 $\overline{AB}$ 異側，已知 $\overline{AB}=25$，$\overline{AC}=15$，$\overline{AD}=7$，則 $\overline{CD}=$【　　　　】



4. 若 $\sin x+\sin y=\dfrac{1}{2}$，$\cos x+\cos y=\dfrac{1}{3}$，則 $\cos(x-y)=$【　　　　】

5. 設 $270^\circ<\theta<360^\circ$，且 $\cos\theta=\dfrac{3}{5}$，則：

（1）$\sin\dfrac{\theta}{2}=$【　　　　】（2）$\cos\dfrac{\theta}{2}=$【　　　　】（3）$\tan\dfrac{\theta}{2}=$【　　　　】

6. $\cos 12^\circ\cos 24^\circ\cos 48^\circ\cos 84^\circ=$【　　　　】

7. 直線 L 過點 $P(3，2)$ 且與直線 $2x-5y+6=0$ 夾 45° 角，試求直線 L 的方程式為【　　　　　　　】

一、 填充題：每題 15 分，共 105 分

1.440

2.$-\frac{7}{4}$

3.20

4.$-\frac{59}{72}$

5.(1)$\frac{\sqrt{5}}{5}$；(2)$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$；(3)$-\frac{1}{2}$

6.$\frac{1}{16}$

7.$7x-3y-15=0$ 或 $3x+7y-23=0$

\- < < 解 析 > > -

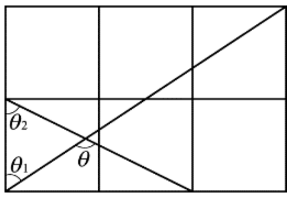
1.解析：$\cos B=\frac{3}{5}$，$\cos C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\Rightarrow$ $\sin B=\frac{4}{5}$，$\sin C=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{4}{5}\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{11\sqrt{5}}{25}\Rightarrow\sin A=\frac{11\sqrt{5}}{25}$

由正弦定理知 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow b=a\times\frac{\sin B}{\sin A}=22\sqrt{5}\times\frac{\frac{4}{5}}{\frac{11\sqrt{5}}{25}}=40$

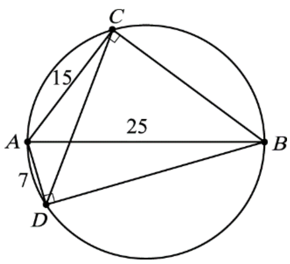
所以 $\triangle ABC=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times22\sqrt{5}\times40\times\frac{\sqrt{5}}{5}=440$

2.解析：設 $\theta=\theta_1+\theta_2$，由圖可知 $\tan\theta_1=\frac{3}{2}$，$\tan\theta_2=2$



則 $\tan\theta=\tan(\theta_1+\theta_2)=\frac{\tan\theta_1+\tan\theta_2}{1-\tan\theta_1\tan\theta_2}=\frac{\frac{3}{2}+2}{1-\frac{3}{2}\times2}=\frac{\frac{7}{2}}{-2}=-\frac{7}{4}$

3.解析：由圖可知



$\sin\angle CAB=\frac{4}{5}$，$\cos\angle CAB=\frac{3}{5}$ $\sin\angle DAB=\frac{24}{25}$，$\cos\angle DAB=\frac{7}{25}$

$\Rightarrow\cos\angle CAD=\cos(\angle CAB+\angle DAB)$

$=\cos\angle CAB\cdot\cos\angle DAB-\sin\angle CAB\cdot\sin\angle DAB=\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{25}-\frac{4}{5}\cdot\frac{24}{25}=-\frac{3}{5}$

$\overline{CD}^2=15^2+7^2-2\cdot15\cdot7\cdot\cos\angle CAD=400\Rightarrow\overline{CD}=20$

4.解析：$\sin x+\sin y=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin^2x+2\sin x\sin y+\sin^2y=\frac{1}{4}$ ……………①

$\cos x+\cos y=\frac{1}{3}\Rightarrow\cos^2x+2\cos x\cos y+\cos^2y=\frac{1}{9}$ ……………②

①＋②得 $1+2(\cos x\cos y+\sin x\sin y)+1=\frac{13}{36}\Rightarrow2+2\cos(x-y)=\frac{13}{36}\Rightarrow\cos(x-y)=-\frac{59}{72}$

5.解析：$\because 270^\circ < \theta < 360^\circ \Rightarrow 135^\circ < \dfrac{\theta}{2} < 180^\circ$

$\therefore$（1）$\sin\dfrac{\theta}{2} = \sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\dfrac{1-\frac{3}{5}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

（2）$\cos\dfrac{\theta}{2} = -\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{2}} = -\sqrt{\dfrac{1+\frac{3}{5}}{2}} = -\dfrac{2}{\sqrt{5}} = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

（3）$\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}} = -\dfrac{1}{2}$

6.解析：令 $p=\cos12^\circ\cos24^\circ\cos48^\circ\cos96^\circ$

則 $16p\sin12^\circ = 16\sin12^\circ\cos12^\circ\cos24^\circ\cos48^\circ\cos96^\circ$

$=8\sin24^\circ\cos24^\circ\cos48^\circ\cos96^\circ$

$=4\sin48^\circ\cos48^\circ\cos96^\circ = 2\sin96^\circ\cos96^\circ = \sin192^\circ$

$\Rightarrow 16p\sin12^\circ = -\sin12^\circ$，得 $p=-\dfrac{1}{16}$

故 $\cos12^\circ\cos24^\circ\cos48^\circ\cos84^\circ = -(\cos12^\circ\cos24^\circ\cos48^\circ\cos96^\circ) = -\left(-\dfrac{1}{16}\right) = \dfrac{1}{16}$

7.解析：設此直線斜率為 $m=\tan\theta$，直線 $2x-5y+6=0$ 斜率為 $m_1=\tan\theta_1=\dfrac{2}{5}$，因為兩直線夾角為 45°

$\Rightarrow \theta=\theta_1\pm45^\circ \Rightarrow \tan\theta=\tan(\theta_1\pm45^\circ)=\dfrac{\tan\theta_1\pm\tan45^\circ}{1\mp\tan\theta_1\cdot\tan45^\circ}=\dfrac{\frac{2}{5}\pm1}{1\mp\frac{2}{5}\cdot1}=\dfrac{2\pm5}{5\mp2}=\dfrac{7}{3}$ 或 $-\dfrac{3}{7}$

又此直線過點（3，2），故此直線方程式為 $7x-3y-15=0$ 或 $3x+7y-23=0$