

一、多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. ( ) 關於函數  $f(x) = -\sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，其中  $x$  為任意實數，請選出正確的選項。
- (A)  $-2 \leq f(x) \leq 2$
- (B)  $f(x)$  是一個週期函數，其週期為  $\pi$
- (C)  $y=f(x)$  的圖形對稱於直線  $x = -\frac{\pi}{6}$
- (D)  $y=f(x)$  的圖形與  $x$  軸的交點中，離原點最近的為  $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$
- (E)  $y=f(x)$  的圖形對稱於原點

二、填充題：每題 18 分，共 108 分

1.  $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
2. 設  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ，試化簡  $\sqrt{1+\sin \alpha} - \sqrt{1-\sin \alpha} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
3. 若  $0 < \alpha < \pi$ ，且  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$ ，則  $\alpha = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
4. 試比較  $a = \sin 10^\circ + \cos 10^\circ$ ， $b = \sin 20^\circ + \cos 20^\circ$ ， $c = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ$ ， $d = \sin 40^\circ + \cos 40^\circ$ ， $e = \sin 50^\circ + \cos 50^\circ$  之大小為  $\text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
5. 若  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = a \cos(x - \theta)$ ，其中  $a > 0$ ， $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ，則  $a = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$ ， $\theta = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
6.  $\triangle ABC$  中， $a^2 - c^2 = bc$ ， $\angle B = 51^\circ$ ，則  $\angle C = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$  度  $\text{【加分題】}$

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1.(A)(C)

二、 填充題：每題 18 分，共 108 分

1.  $\frac{3}{16}$

2.  $2 \cos \frac{\alpha}{2}$

3.  $\frac{3\pi}{4}$

4.  $e=d > c > b > a$

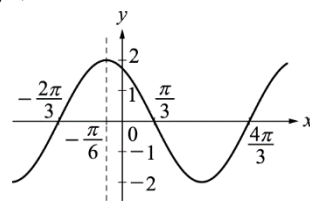
5.  $2; 150^\circ$

6. 43

----- << 解析 >> -----

一、 多重選擇題：每題 20 分，共 20 分

1. **解析**：由疊合公式可知  $f(x) = -\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，函數圖形如圖所示



(A) ○：由疊合公式可知  $-2 \leq 2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \leq 2$

(B) ×：  $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$  的週期為  $2\pi$

(C) ○：  $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2 \quad \therefore x = -\frac{\pi}{6}$  時， $f(x)$  有最大值 2

故可知  $y=f(x)$  的圖形對稱於直線  $x = -\frac{\pi}{6}$

(D) ×：由圖形可知  $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$  非  $y=f(x)$  與  $x$  軸的交點

(E) ×：若  $y=f(x)$  的圖形對稱於原點

則當  $y=f(x)$  通過點  $(a, b)$  時， $y=f(x)$  亦會通過  $(-a, -b)$

而  $y=2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$  通過  $(a, b)$  時， $b=2 \sin\left(a + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，但  $2 \sin\left(-a + \frac{2\pi}{3}\right) \neq -b$

故選(A)(C)

二、 填充題：每題 15 分，共 90 分

1. **解析**：因為  $\cos \theta \cos (60^\circ + \theta) \cos (60^\circ - \theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$

所以原式為  $\cos 30^\circ (\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \cos 30^\circ\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{16}$



2. 解析:  $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow 45^\circ < \frac{\alpha}{2} < 90^\circ \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} > \cos \frac{\alpha}{2} > 0$

$$\begin{aligned} \sqrt{1+\sin \alpha} - \sqrt{1-\sin \alpha} &= \sqrt{\left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2} \\ &= \left| \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \right| - \left| \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \right| = \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}\right) - \left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \\ &= \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

3. 解析:  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha \right) = \sqrt{2} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right)$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) = 1, \text{ 其中 } -\frac{\pi}{4} < \alpha - \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

4. 解析:  $a = \sin 10^\circ + \cos 10^\circ = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 10^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 10^\circ \right) = \sqrt{2} \sin (10^\circ + 45^\circ) = \sqrt{2} \sin 55^\circ$

同理  $b = \sqrt{2} \sin 65^\circ, c = \sqrt{2} \sin 75^\circ, d = \sqrt{2} \sin 85^\circ, e = \sqrt{2} \sin 95^\circ = \sqrt{2} \sin 85^\circ$

$$\Rightarrow e = d > c > b > a$$

5. 解析:  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \left( \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) = 2 (\cos x \cos 150^\circ + \sin x \sin 150^\circ) = 2 \cos (x - 150^\circ)$

所以  $a = 2, \theta = 150^\circ$

6. 解析:  $a^2 - c^2 = bc \Rightarrow (2R \sin A)^2 - (2R \sin C)^2 = (2R \sin B) (2R \sin C)$

$$\Rightarrow \sin^2 A - \sin^2 C = \sin B \sin C$$

$$\Rightarrow \sin (A+C) \sin (A-C) = \sin B \sin C$$

因為  $\angle A + \angle C = 180^\circ - \angle B$ , 所以  $\sin (A+C) = \sin B \Rightarrow \sin (A-C) = \sin C$

$$\Rightarrow \angle A - \angle C = \angle C \text{ 或 } \angle A - \angle C + \angle C = 180^\circ \text{ (不合)}$$

所以  $\angle A = 2\angle C$ , 但  $\angle B = 51^\circ \Rightarrow \angle A + \angle C = 129^\circ \Rightarrow 3\angle C = 129^\circ \Rightarrow \angle C = 43^\circ$