

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 設 $\vec{a} = (3, 1)$ ， $\vec{b} = (3, -4)$ ， $\vec{c} = 2\vec{a} - t\vec{b}$ ，則 $|\vec{c}|$ 有最小值為【 】

2. 設 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{b} = (x, 4)$ ，且 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$ ，試求 $x =$ 【 】

3. 坐標平面上有四點 $O(0, 0)$ ， $A(-3, -5)$ ， $B(6, 0)$ ， $C(x, y)$ 。
今有一質點在 O 點沿 \vec{AO} 方向前進 AO 距離後停在 P ，再沿 \vec{BP} 方向前進 $3BP$ 距離後停在 Q 。
假設此質點繼續沿 \vec{CQ} 方向前進 $2CQ$ 距離後回到原點 O ，則 $C(x, y) =$ 【 】

4. A, B, C 為平面上不共線的相異三點， x, y 為兩實數，
若 $4x\vec{AB} + (2y-1)\vec{BC} + (2x-1)\vec{AC} = \vec{0}$ ，則數對 $(x, y) =$ 【 】

5. $\triangle ABC$ 中， D 為 \vec{BC} 上一點， P 為 \vec{AD} 上一點，若 $\vec{AP} = \frac{3}{19}\vec{AB} + \frac{5}{19}\vec{AC}$ ，
則 $\vec{BD} : \vec{CD} =$ 【 】

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

- 1.6
- 2.8
3. $(-9, 30)$
4. $(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$
- 5.5 : 3

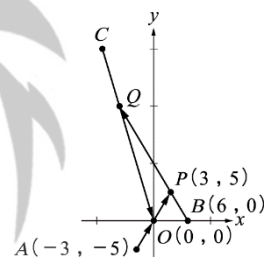
<< 解析 >>

1. 解析： $\vec{c} = 2\vec{a} - t\vec{b} = (-3t+6, 4t+2) \therefore |\vec{c}| = \sqrt{(-3t+6)^2 + (4t+2)^2} = \sqrt{25t^2 - 20t + 40}$
 $= \sqrt{25\left(t - \frac{2}{5}\right)^2 + 36} \therefore$ 當 $t = \frac{2}{5}$ 時， $|\vec{c}|$ 有最小值 $\sqrt{36} = 6$

2. 解析： $\vec{a} - 2\vec{b} = (2-2x, -7)$ $2\vec{a} + \vec{b} = (4+x, 6)$
 由 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$ 得 $\frac{2-2x}{4+x} = \frac{-7}{6} \Rightarrow x=8$

3. 解析： $\vec{OP} = \vec{AO} = (3, 5) \Rightarrow P$ 點 $(3, 5)$ 又 $\vec{PQ} = 3\vec{BP} = (-9, 15) \Rightarrow \vec{OQ} - \vec{OP} = (-9, 15)$
 $\Rightarrow \vec{OQ} = (-9, 15) + \vec{OP} = (-9, 15) + (3, 5) = (-6, 20) \Rightarrow Q(-6, 20)$

又 $\vec{QO} = 2\vec{CQ}$ ，設 $C(x, y) \Rightarrow (6, -20) = 2(-6-x, 20-y)$
 $\Rightarrow \begin{cases} -12-2x=6 \\ 40-2y=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-9 \\ y=30 \end{cases}$ 故 $C(x, y) = (-9, 30)$



4. 解析： $4x\vec{AB} + (2y-1)(\vec{AC} - \vec{AB}) + (2x-1)\vec{AC} = \vec{0}$
 $\Rightarrow (4x-2y+1)\vec{AB} + (2x+2y-2)\vec{AC} = \vec{0} \therefore A, B, C$ 不共線 $\therefore \vec{AB} \times \vec{AC}$
 $\Rightarrow \begin{cases} 4x-2y+1=0 \\ 2x+2y-2=0 \end{cases}$ ，解得數對 $(x, y) = (\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$

5. 解析： 設 $\vec{AD} = t\vec{AP} \Rightarrow \vec{AD} = t\vec{AP} = \frac{3t}{19}\vec{AB} + \frac{5t}{19}\vec{AC}$ 又 D, B, C 三點共線 $\therefore \frac{3}{19}t + \frac{5}{19}t = 1$

$\Rightarrow \frac{8}{19}t = 1, t = \frac{19}{8}$ 則 $\vec{AD} = \frac{19}{8}\left(\frac{3}{19}\vec{AB} + \frac{5}{19}\vec{AC}\right) = \frac{3}{8}\vec{AB} + \frac{5}{8}\vec{AC}$
 故 $\overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 3$

