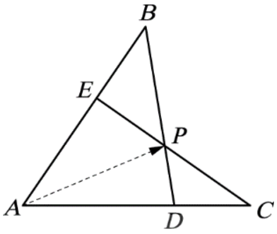
# 3-1 平面向量小考

一、填充題：每題 20 分，共 100 分

1. 如圖，$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{EA}}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DC}}=\dfrac{2}{1}$，若 $\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，
   則 $\alpha+\beta=$【　　　　】




$\overline{AD}:\overline{DC}=2:1$
$\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$

2. 設 $ABC$ 為坐標平面上一三角形，$P$ 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{3}{6}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$，
   則 $\dfrac{\triangle ACP\text{面積}}{\triangle ABC\text{面積}}=$【　　　　】

3. $\triangle ABC$ 之三邊長為 $\overline{AB}=5$，$\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=4$，設點 $P$ 滿足 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ 且 $1\leqq x\leqq 3$，$-1\leqq y\leqq 3$，則所有可能之 $P$ 點所成區域之面積為【　　　　】

4. $\triangle ABC$ 內有一點 $P$，滿足 $3\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，且 $\overleftrightarrow{AP}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$，
   若向量 $\overrightarrow{AD}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$，$a$，$b\in R$，則：
   (1) $\triangle PBC:\triangle PAC:\triangle PAB=$【　　　　】
   (2) 數對 $(a，b)=$【　　　　】

5. 過 $\triangle ABC$ 之重心 $G$ 的一直線與邊 $\overline{AB}$，$\overline{BC}$ 分別相交於點 $P$，$Q$，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:5$，
   則 $\overline{BQ}:\overline{QC}=$【　　　　】。

**一、 填充題：每題 20 分，共 100 分**

1. $\frac{7}{9}$

2. $\frac{1}{2}$

3. $60\sqrt{7}$

4. (1) 3：5：4；(2) $\left(\frac{5}{9},\frac{4}{9}\right)$

5. 5：4

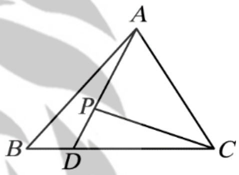
\- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - << 解 析 >> - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

1. 解析：$\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\beta\overrightarrow{AD}$，又 $B$，$P$，$D$ 三點共線 $\Rightarrow \alpha+\frac{3}{2}\beta=1$……………①

$\overrightarrow{AP}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}=\frac{5}{3}\alpha\overrightarrow{AE}+\beta\overrightarrow{AC}$，又 $E$，$P$，$C$ 三點共線 $\Rightarrow \frac{5}{3}\alpha+\beta=1$……………②

由①、②解得 $\alpha=\frac{1}{3}$，$\beta=\frac{4}{9}$，故 $\alpha+\beta=\frac{1}{3}+\frac{4}{9}=\frac{7}{9}$

2. 解析：(1) 設 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AP}$ 則 $\overrightarrow{AD}=t\left(\frac{3}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{6}t\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}t\overrightarrow{AC}$




$\overline{BD}:\overline{DC}=1:3$
$\overline{AP}:\overline{PD}=2:1$

$\because B$，$D$，$C$ 三點共線 $\therefore \frac{3}{6}t+\frac{1}{6}t=1\Rightarrow t=\frac{3}{2}$

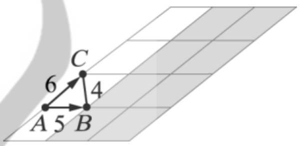
$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AP}=\frac{3}{2}\left(\frac{3}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

$\therefore \overline{BD}:\overline{CD}=1:3$ 又 $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AP}$ $\therefore \overline{AP}:\overline{PD}=2:1$

(2) $\triangle ACP$ 面積 $=\frac{2}{3}\triangle ACD$ 面積 $=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\triangle ABC$ 面積 $\therefore \frac{\triangle ACP\text{面積}}{\triangle ABC\text{面積}}=\frac{1}{2}$

3. 解析：$\triangle ABC$ 半周長 $=\frac{1}{2}(4+5+6)=\frac{15}{2}$ 由海龍公式，$\triangle ABC$ 面積 $=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}}=\frac{15}{4}\sqrt{7}$

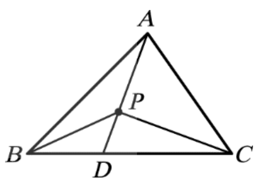
則所成區域面積 $=8\times2\triangle ABC$ 面積 $=16\times\frac{15}{4}\sqrt{7}=60\sqrt{7}$




4. 解析：(1) $\because 3\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$ $\therefore \triangle PBC:\triangle PAC:\triangle PAB=3:5:4$

(2) $\overline{BD}:\overline{DC}=\triangle ABP:\triangle ACP=4:5$ $\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{5}{4+5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{4+5}\overrightarrow{AC}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}$

$\therefore$ 數對 $(a,b)=\left(\frac{5}{9},\frac{4}{9}\right)$

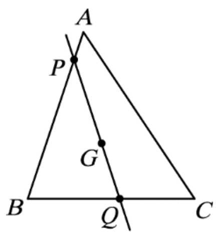



5. 解析：設 $\overrightarrow{BQ}=\alpha\overrightarrow{BC}$，由 $G$ 為 $\triangle ABC$ 之重心

則 $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\left(\frac{6}{5}\overrightarrow{BP}\right)+\frac{1}{3\alpha}\overrightarrow{BQ}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BP}+\frac{1}{3\alpha}\overrightarrow{BQ}$

因為 $P$，$G$，$Q$ 三點共線，所以 $\frac{2}{5}+\frac{1}{3\alpha}=1\Rightarrow \alpha=\frac{5}{9}$

即 $\overrightarrow{BQ}=\frac{5}{9}\overrightarrow{BC}\Rightarrow \overline{BQ}:\overline{QC}=5:4$




$\overline{AP}:\overline{PB}=1:5$