達人 高中教育の專門家

3-2 平面向量小考

20221230&31
高二龍哥數 A
姓名:__________

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $\overrightarrow{a}=(-1,2)$，若 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{u}$ 且 $|\overrightarrow{u}|=1$，則 $\overrightarrow{u}=$【　　　　】

2. 梯形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=60^\circ$，$\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{CB}=2$，$M$，$N$ 分別為 $\overline{BC}$ 與 $\overline{CD}$ 之中點，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{MN}=$【　　　　】

3. 設△ABC 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=3$，$\angle A=90^\circ$，M，N 兩點將 $\overline{BC}$ 三等分，則 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=$【　　　　】

4. 兩非零向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$，若其長度相等，且 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=\sqrt{3}|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為【　　　　】度

5. $|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=3$，$|\overrightarrow{c}|=3$，若 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$，求 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}=$【　　　　】

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1.$\pm\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}},\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$

2.-3

3.10

4.120

5.$-\dfrac{1}{2}$

- < < 解 析 > > -

1.解析：$|\overrightarrow{u}|=1\Rightarrow$ 設 $\overrightarrow{u}=(\cos\theta,\sin\theta)$

又 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{u}\Rightarrow\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{u}=0\Rightarrow-\cos\theta+2\sin\theta=0\Rightarrow\cos\theta=2\sin\theta$

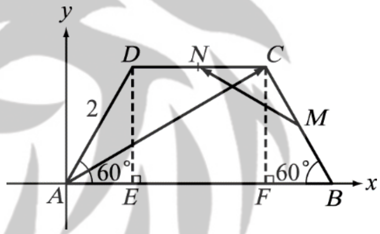
由 $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1\Rightarrow(2\sin\theta)^2+\sin^2\theta=1\Rightarrow5\sin^2\theta=1\Rightarrow\sin\theta=\pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

所以 $\overrightarrow{u}=(\cos\theta,\sin\theta)=\left(\pm\dfrac{2}{\sqrt{5}},\pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)=\pm\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}},\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$

2.解析：$\overline{AB}=1+2+1=4$，高 $\overline{DE}=\overline{CF}=\sqrt{3}$

令 $A(0,0)$，$B(4,0)$，$D(1,\sqrt{3})$，$C(3,\sqrt{3})$，

得 $M\left(\dfrac{7}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$N(2,\sqrt{3})$



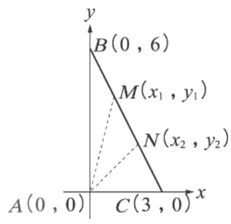
則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{MN}=(3,\sqrt{3})\cdot\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\dfrac{9}{2}+\dfrac{3}{2}=-3$

3.解析：將其坐標化，

令 $A(0,0)$，$B(0,6)$，$C(0,3)$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 如圖

則 $\overline{BM}:\overline{MC}=1:2$，由內分點公式 $M\left(\dfrac{1\times3+2\times0}{1+2},\dfrac{1\times0+2\times6}{1+2}\right)=\left(\dfrac{3}{3},\dfrac{12}{3}\right)=(1,4)$

$\overline{BN}:\overline{NC}=2:1$，由內分點公式 $N\left(\dfrac{2\times3+1\times0}{2+1},\dfrac{2\times0+1\times6}{2+1}\right)=\left(\dfrac{6}{3},\dfrac{6}{3}\right)=(2,2)$



$\therefore\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=(1,4)\cdot(2,2)=2+8=10$

4.解析：設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，且 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=t$，

則 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|^2=3|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|^2$

$\Rightarrow|\overrightarrow{a}|^2-2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2=3(|\overrightarrow{a}|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+|\overrightarrow{b}|^2)$

$\Rightarrow t^2-2t^2\cos\theta+t^2=3(t^2+2t^2\cos\theta+t^2)$

$\Rightarrow2t^2-2t^2\cos\theta=6t^2+6t^2\cos\theta\Rightarrow\cos\theta=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\theta=120^\circ$

5.解析：$\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}\Rightarrow\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}=-\overrightarrow{b}\Rightarrow|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}|^2=|-\overrightarrow{b}|^2$

$\Rightarrow|\overrightarrow{a}|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}+|\overrightarrow{c}|^2=|\overrightarrow{b}|^2\Rightarrow1+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}+9=9\Rightarrow\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}=-\dfrac{1}{2}$