第13次小考
三角函數

姓名:＿＿＿＿＿

20220918&25 高三龍哥數學測

一、 多重選擇題：每題20分，共20分

1. (　　)在△ABC中，已知$\angle A=20^\circ$、$\overline{AB}=5$、$\overline{BC}=4$。請選出正確的選項。
   (A)可以確定$\angle B$的餘弦值
   (B)可以確定$\angle C$的正弦值
   (C)可以確定△ABC的面積
   (D)可以確定△ABC的內切圓半徑
   (E)可以確定△ABC的外接圓半徑

二、 填充題：每題20分，共80分

1. 傳統時鐘在2點半時，時針與分針所夾之較小角為【　　　　】弧度

2. △ABC中，$a=20$，$b=10$，$c=15$，$\overline{AD}$平分$\angle A$，且D在$\overline{BC}$上，
   求$\overline{BD}=$【　　　　】，$\overline{AD}=$【　　　　】

3. 在△ABC中，$\overline{AB}=9$，$\overline{AC}=8$，$\cos\angle BAC=\frac{5}{6}$，設點$P$、$Q$分別在$\overline{AB}$、$\overline{AC}$上
   使得△APQ中面積為△ABC面積的$\frac{1}{3}$，則$\overline{PQ}$之最小可能值為【　　　　】

4. △ABC的三高，$h_a=6$，$h_b=8$，$h_c=12$，則：
   (1) $\sin A：\sin B：\sin C=$【　　　　】
   (2) $\sin A=$【　　　　】

達人 高中教育の專門家

第13次小考
三角函數

姓名:＿＿＿＿＿＿

20220918&25 高三龍哥數學測

一、 多重選擇題：每題20分，共20分

1.(B)(E)

二、 填充題：每題20分，共80分

1.$\dfrac{7\pi}{12}$

2.12；$3\sqrt{6}$

3.$2\sqrt{2}$

4.(1)4：3：2；(2)$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

\- << 解 析 >> -

一、 多重選擇題：每題20分，共20分

1.解析：(A)╳：$\angle B$ 的角度有兩種可能∴$\cos B$ 不確定

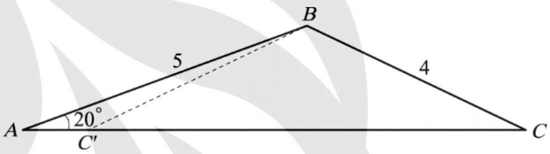
(B)○：由正弦定理 $\dfrac{4}{\sin 20^\circ}=\dfrac{5}{\sin C}$ ∴$\sin C=\dfrac{5}{4}\times\sin 20^\circ$

(C)╳：∵$\overline{AC}$ 有兩種可能 ∴$\triangle ABC$ 面積不確定

(D)╳：$\triangle ABC$ 面積$=r\times s$ ∵面積不確定 ∴r 亦不確定

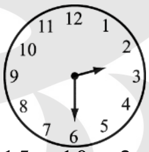
(E)○：承(B)，$\dfrac{4}{\sin 20^\circ}=2R$∴$R$ 可確定

故選(B)(E)



二、 填充題：每題20分，共80分

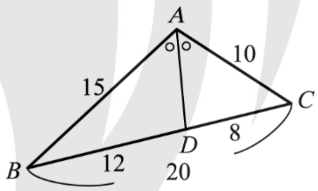
1.解析：每一大格為 $\dfrac{2\pi}{12}=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow\dfrac{\pi}{6}\times\dfrac{7}{2}=\dfrac{7\pi}{12}$



2.解析：∵$\overline{AD}$ 為 $\angle A$ 之內角平分線∴$\overline{BD}:\overline{DC}=15:10=3:2$

$\Rightarrow\overline{BD}=\dfrac{3}{3+2}\times 20=12$，$\overline{CD}=\dfrac{2}{3+2}\times 20=8$

$\cos B=\dfrac{15^2+12^2-\overline{AD}^2}{2\cdot 15\cdot 12}=\dfrac{15^2+20^2-10^2}{2\cdot 15\cdot 20}\Rightarrow\overline{AD}^2=54\Rightarrow\overline{AD}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$



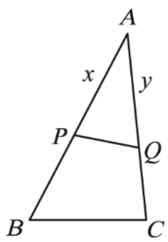
3.解析：設 $\overline{AP}=x$，$\overline{AQ}=y$，由$\triangle APQ=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 知 $\dfrac{1}{2}xy\sin A=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 9\cdot 8\cdot\sin A\Rightarrow xy=24$

而 $\overline{PQ}^2=x^2+y^2-2xy\cos A=x^2+y^2-2\times 24\times\dfrac{5}{6}=x^2+y^2-40$

又 $x^2+y^2\geqq 2\sqrt{x^2y^2}=2xy=48$

因此 $\overline{PQ}^2=x^2+y^2-40\geqq 48-40=8\Rightarrow\overline{PQ}\geqq 2\sqrt{2}$

當 $x=y=\sqrt{24}$ 時，$\overline{PQ}$ 有最小值 $2\sqrt{2}$



4.解析：(1) $a:b:c=\dfrac{1}{h_a}:\dfrac{1}{h_b}:\dfrac{1}{h_c}=\dfrac{1}{6}:\dfrac{1}{8}:\dfrac{1}{12}=4:3:2\Rightarrow\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=4:3:2$

(2)令 $a=4t$，$b=3t$，$c=2t$，$t>0$ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{(3t)^2+(2t)^2-(4t)^2}{2\cdot 3t\cdot 2t}=\dfrac{-3}{12}=-\dfrac{1}{4}$

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{15}{16}}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$