20221002&09
高三龍哥數學測
姓名:__________

第 14 次小考
三角函數

一、 填充題：每題 20 分，共 100 分

1. $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos B=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\overline{BC}=22$，則：

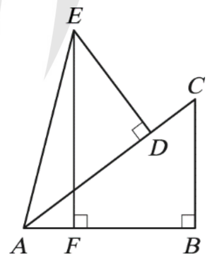
（1）$\sin A=$【　　　　】

（2）其外接圓半徑為【　　　　】

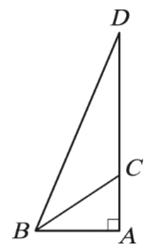
2. 已知$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，且$\angle A=2\angle C$，則 $\overline{AC}=$【　　　　】

3. $\tan A=2$，$\tan B=3$，求$\dfrac{\cos(A+B)}{\sin(A-B)}=$【　　　　】

4. 如圖，若將兩個邊長為 3，4，5 的直角三角形積木疊放於桌上（$\overline{AB}=\overline{AD}=4$，$\overline{BC}=\overline{DE}=3$，$\overline{AC}=\overline{AE}=5$），則最高點到桌面的距離（即 $\overline{EF}$）為【　　　　】



5. 如圖，直角三角形 ABD 中，$\angle A$ 為直角，C 為 $\overline{AD}$ 邊上的點。已知 $\overline{BC}=6$，$\overline{AB}=5$，$\angle ABD=2\angle ABC$，則 $\overline{BD}=$【　　　　】



第 14 次小考
三角函數

一、 **填充題：每題 20 分，共 100 分**

1.（1）$\dfrac{11\sqrt{5}}{25}$；（2）$5\sqrt{5}$

2.$\dfrac{7}{3}$

3.5

4.$\dfrac{24}{5}$

5.$\dfrac{90}{7}$

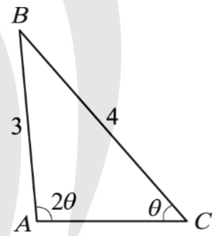
<< 解 析 >>

1.解析：由 $\cos B=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow \sin B=\dfrac{3}{5}$，$\sin C=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，又 $A+B+C=180^{\circ}$，所以

（1）$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{11}{5\sqrt{5}}=\dfrac{11\sqrt{5}}{25}$

（2）由正弦定理知 $\dfrac{a}{\sin A}=2R\Rightarrow 2R=\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{22}{\dfrac{11\sqrt{5}}{25}}=10\sqrt{5}$，故外接圓半徑 $R=5\sqrt{5}$

2.解析：由正弦定理：$\dfrac{3}{\sin\theta}=\dfrac{4}{\sin 2\theta}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin(180^{\circ}-3\theta)}$



$\Rightarrow \dfrac{3}{\sin\theta}=\dfrac{4}{2\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{\overline{AC}}{3\sin\theta-4\sin^3\theta}$

$\Rightarrow \dfrac{3}{1}=\dfrac{2}{\cos\theta}=\dfrac{\overline{AC}}{3-4\sin^2\theta}$

得 $\cos\theta=\dfrac{2}{3}\Rightarrow \sin^2\theta=1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$　$\therefore \overline{AC}=3\left(3-4\times\dfrac{5}{9}\right)=\dfrac{7}{3}$

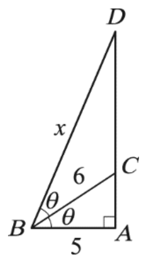
3.解析：$\dfrac{\cos(A+B)}{\sin(A-B)}=\dfrac{\cos A\cos B-\sin A\sin B}{\sin A\cos B-\cos A\sin B}=\dfrac{\dfrac{\cos A\cos B-\sin A\sin B}{\cos A\cos B}}{\dfrac{\sin A\cos B-\cos A\sin B}{\cos A\cos B}}$

$=\dfrac{1-\tan A\tan B}{\tan A-\tan B}=\dfrac{1-2\times 3}{2-3}=5$

4.解析：令 $\angle CAB=\theta$，則 $\sin\theta=\dfrac{3}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{4}{5}$

又 $\angle EAD=\angle CAB$，故 $\angle EAF=2\theta$　$\therefore \overline{EF}=\overline{AE}\sin 2\theta=5\times 2\sin\theta\cos\theta=10\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{5}$

5.解析：設 $\angle CBA=\theta$，$\cos\theta=\dfrac{5}{6}$，設 $\overline{BD}=x$



則 $\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=2\cdot\left(\dfrac{5}{6}\right)^2-1=\dfrac{7}{18}$

即 $\dfrac{5}{x}=\dfrac{7}{18}\Rightarrow x=\dfrac{90}{7}$